Universidad Autónoma de Madrid
Gestión Aeronáutica: Estadística Teórica
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández

CUESTIONES TEÓRICAS ESTADÍSTICA

CUESTIONES TEÓRICAS DE ESTADÍSTICA

1. Sean A y B dos sucesos tales que $A \cap B = \phi$. Dar una condición necesaria y suficiente para que A y B sean independientes.

Respuesta.- A y B son independientes $\Leftrightarrow$ $P(A)\,.\,P(B) = P(A \cap B) = P(\phi) = 0$
Con lo que $P(A) = 0$ ó $P(B) = 0$

2. Si A y B son dos sucesos independientes. ¿Son $\bar{A}$ y $\bar{B}$ sucesos independientes?

Respuesta.- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) =$
$= 1 - P(A) - P(B) + P(A)\,.\,P(B) = \left[1 - P(A)\right].\left[1 - P(B)\right] = P(\bar{A})\,.\,P(\bar{B})$
Concluyendo que $\bar{A}$ y $\bar{B}$ son independientes.
Queda demostrado que $P(A \cap B) = P(A)\,.\,P(B) \;\Rightarrow\; P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})\,.\,P(\bar{B})$

3. Sean A, B y C son tres sucesos, tales que $A \cap B = \phi$, ¿se verifica que $P(A \cup B / C) = P(A/C) + P(B/C)$?

Respuesta.- $P(A \cup B / C) = \dfrac{P\left[(A \cup B) \cap C\right]}{P(C)} = \dfrac{P\left[(A \cap C) \cup (B \cap C)\right]}{P(C)} =$

$$= \frac{P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A \cap C) + P(B \cap C))}{P(C)} =$$

$$= \frac{P(A \cap C)}{P(C)} + \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = P(A/C) + P(B/C)$$

4. Sean A y B dos sucesos independientes tales que $P(A) = \alpha$ y $P(B) = \beta$. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra uno y sólo uno de los sucesos?

Respuesta.- $P(A \,\Delta\, B) = P\left[(A - B) \cup (B - A)\right] = P(A - B) + P(B - A) =$
$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \alpha + \beta - 2\alpha\beta = (\alpha - \alpha\beta) + (\beta - \alpha\beta) = \alpha(1 - \beta) + \beta(1 - \alpha)$

5. Sean A y B dos sucesos independientes tales que $P(A) = \alpha$ y $P(B) = \beta$. ¿Cuál es la probabilidad de ninguno de los sucesos se verifique?. Dar una cota para esta probabilidad, siendo $\alpha + \beta = 1/2$.

Respuesta.- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})\,.\,P(\bar{B}) = (1 - \alpha)\,.\,(1 - \beta) = 1 - (\alpha + \beta) + \alpha\,.\,\beta$

Sea $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = p = 1 - (\alpha + \beta) + \alpha\,.\,\beta = 1 - 1/2 + \alpha\,.\,\beta = 1/2 + \alpha\,.\,\beta \geq 1/2$

Por otra parte, $\beta = 1/2 - \alpha \;\rightarrow\; p = f(\alpha) = 1/2 + \alpha\,(1/2 - \alpha) \;\rightarrow\; f'(\alpha) = 1/2 - 2\alpha = 0$

máximo en $\alpha = 1/4$ con $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{16} \approx 0,56$

Luego la cota será $0,5 \le p \le 0,56$

6. Explicar conceptualmente qué es el sesgo de un estimador y cuál es su interpretación.

Respuesta.- Se denomina sesgo de un estimador $\hat{\theta}$ a la diferencia $E(\hat{\theta} - \theta)$, donde θ es el parámetro a estimar. Puede ser positivo, negativo o nulo. Una propiedad deseable del estimador es que el sesgo sea nulo y en ese caso diremos que el estimador es insesgado. En caso contrario el estimador sobreestima o infraestima al parámetro según que el sesgo sea positivo o negativo respectivamente.

7. Cuál es el efecto sobre la amplitud de un intervalo de confianza, con un nivel de confianza dado, de un aumento en el tamaño de la muestra aleatoria.

Respuesta.- Al aumentar el tamaño de la muestra, disminuye la amplitud del intervalo.

8. Explique la diferencia entre estimador y estimación. Ponga un ejemplo.

Respuesta.- Sea una muestra de tamaño n de la población y sean $X_1, X_2, \cdots, X_n$ las n variables muestrales. Sea θ un parámetro muestral.

Se llama **estimador** de θ a una cierta función de la muestra: $\hat{\theta} = g(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ elegida de acuerdo con ciertas propiedades de idoneidad.

Efectuada una realización muestral $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$, se llama **estimación**, al valor del estimador para esa realización: $\hat{\theta} = g\,(x_1, x_2, \cdots, x_n)$

Ejemplo: Sea una variable aleatoria X de cierta población, donde se desconoce la media poblacional μ que se desea estimar. Se elige como tamaño muestral $n = 5$ y se utiliza como **estimador** la media muestral $\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{5} X_i}{5}$

Es decir, sea {3, 5, 8, 3, 7} una realización muestral. Entonces $\frac{3+5+8+3+7}{5} = 5,2$ es una **estimación** de μ

9. Explicar conceptualmente que mide la potencia de un contraste.

Respuesta.- La potencia de un contraste es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula H_0. Si esta es cierta, la potencia del contraste coincide con el error de tipo I, y si H_0 es falsa, la potencia del contraste sería $1-\beta$, donde β es el error de tipo II, a saber, la probabilidad de aceptar H_0 siendo falsa.

10. ¿Cuándo se utiliza la desigualdad de Chebychev para obtener intervalos de confianza?. Razonar la respuesta.

Respuesta.- Cuando se desea obtener un intervalo de confianza para la media y se desconoce la distribución de la población pero se conoce la varianza.

En efecto, para una muestra de tamaño n de una población con media μ desconocida y varianza σ^2 conocida, utilizando como estimador de μ la media muestral $\overline{X}$, se sabe que

$$E\left[\overline{X}\right]=\mu \quad y \quad Var\left[\overline{X}\right]=\frac{\sigma^2}{n}$$

Sustituyendo en la desigualdad de Chebychev: $P\left[\overline{X}-E(\overline{X})\leq k\right]\geq 1-\frac{Var(\overline{X})}{k^2}$

Resulta, $P\left[\overline{X}-\mu\leq k\right]\geq 1-\frac{\sigma^2}{nk^2}$ que equivale a $P\left[\overline{X}-k\leq\mu\leq\overline{X}+k\right]\geq 1-\frac{\sigma^2}{nk^2}$

La expresión $1-\frac{\sigma^2}{nk^2}=1-\alpha$ es el coeficiente de confianza, despejando: $k=\frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}}$

El intervalo de confianza buscado sería: $\left[\overline{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}},\ \overline{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}}\right]$

11. ¿Cuándo se deberá utilizar un contraste de independencia y cuando uno de homogeneidad?

Respuesta.- Un Contraste de independencia cuando se trata de contrastar si existe dependencia entre dos características de la misma población.
Un Contraste de homogeneidad cuando se desea contrastar si dos o más muestras proceden de la misma población.

12. Una variable aleatoria χ^2 tiene 10 grados de libertad. Hallar la media, la varianza y la probabilidad de que dicha variable aleatoria sea mayor que 9,342.

Respuesta.- La media y varianza de la χ^2 de Pearson: $\mu=10 \quad \sigma^2=2\,.\,10=20$

$$P\left[\chi^2_{10}>9,342\right]=0,5$$

13. Se consideran dos variables aleatorias independientes X e Y. La variable X tiene una distribución normal N(0,1). La variable Y tiene una distribución χ^2 con 4 grados de libertad. Hallar en $P\left[\frac{2X}{\sqrt{Y}}\leq m\right]=0,05$ el valor de m

Respuesta.- $X\sim N(0\,;1) \qquad Y\sim\chi^2_4 \qquad t_n=\frac{z}{\sqrt{\frac{1}{n}\chi^2_n}}$

con lo cual, $t_4=\frac{z}{\sqrt{\frac{1}{4}\chi^2_4}}=\frac{z}{\frac{1}{2}\sqrt{\chi^2_4}}=\frac{2z}{\sqrt{\chi^2_4}}$

$$P\left[\frac{2X}{\sqrt{Y}} \le m\right] = P\left[t_4 \le m\right] = 0{,}05 = P\left[t_4 \ge -m\right] = 0{,}05 \quad \mapsto \quad m = -2{,}132$$

14. Señale qué características pueden considerarse esenciales en el planteamiento de un contraste paramétrico.

- ☐ Formulación de las hipótesis nula H_0 y alternativa H_1 en términos estadísticos. Ambas hipótesis deben ser mutuamente excluyentes.
- ☐ Determinación del test estadístico o estadístico de prueba apropiado
- ☐ Selección del nivel de significación α
- ☐ Determinación de la región crítica
- ☐ Selección aleatoria de la muestra
- ☐ Establecimiento de la regla de decisión y su interpretación

Respuesta.-

- ☒ Formulación de las hipótesis nula H_0 y alternativa H_1 en términos estadísticos. Ambas hipótesis deben ser mutuamente excluyentes.
- ☒ Determinación del test estadístico o estadístico de prueba apropiado
- ☒ Selección del nivel de significación α
- ☒ Determinación de la región crítica.
- ☒ Selección aleatoria de la muestra
- ☒ Establecimiento de la regla de decisión y su interpretación

15. Concepto de nivel de significación y potencia de un contraste. Relación entre ambos.

Respuesta.- El nivel de significación α de un contraste es la probabilidad de cometer error de tipo I, siendo la probabilidad de rechazar la hipótesis nula, siendo ésta cierta. También se denomina tamaño de la región crítica (o de rechazo) ya que la probabilidad de que el estimador pertenezca a la región crítica es precisamente α

La potencia del contraste es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula. La probabilidad de cometer un error de tipo II se denota por β, siendo la probabilidad de aceptar la hipótesis nula, siendo falsa. En consecuencia:

$$\text{Potencia del contraste} = \begin{cases} \alpha & \text{si } H_0 \text{ cierta} \\ 1-\beta & \text{si } H_0 \text{ falsa} \end{cases}$$

Para un tamaño muestral n fijo, si α aumenta, entonces β disminuye y, por lo tanto, $1-\beta$ aumenta, y viceversa.

16. Error cuadrático medio de un estimador: concepto. ¿Para qué se utiliza?.

Respuesta.- Sea $\hat{\theta}$ el estimador de un parámetro poblacional θ. Se define el error cuadrático medio como el valor de $E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right]$:

$$ECM(\hat{\theta}) = E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right]$$

Si al valor $E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right]$ se suma y se resta $E(\hat{\theta})$:

$$E\left[(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}) + E(\hat{\theta}) - \theta)^2\right] = E\left[\left(\hat{\theta} - E(\hat{\theta})\right)^2\right] + E\left[\left(E(\hat{\theta}) - \theta\right)^2\right] + 2\,E\left[\left[\overbrace{\hat{\theta} - E(\hat{\theta})}^{=0}\right].\left[E(\hat{\theta}) - \theta\right]\right] =$$

$$= Var\left[\hat{\theta}\right] + \left(E(\hat{\theta}) - \theta\right)^2$$

El valor $b(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$ se denota como sesgo de $\hat{\theta}$, queda: $ECM(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + \left[b(\hat{\theta})\right]^2$

En el problema de la estimación puntual interesa que el error cuadrático medio sea lo menor posible, se consigue cuanto menor sean la varianza de $\hat{\theta}$ y el valor absoluto del sesgo $b(\hat{\theta})$.

Si el estimador es insesgado $\left[b(\hat{\theta}) = 0\right]$ el error cuadrático medio $ECM(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta})$.

17. ¿Cuál es el objetivo de la estimación por intervalos de confianza?. Razone la respuesta.

Respuesta.- Es establecer un intervalo de poca amplitud y alta probabilidad (coeficiente de confianza) de modo que en su interior se encuentre un determinado parámetro de la distribución de la variable aleatoria.

18. Se supone que la rentabilidad de un producto ofrecido por una entidad bancaria es una variable aleatoria que tiene como función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k\,(x^2 - 1) & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Hallar el valor de k para que $f(x)$ sea función de densidad

Respuesta.- El ejercicio carece de sentido, $f(x)$ no puede ser función de densidad para ningún valor de k:

$$\begin{cases} k < 0 & f(x) < 0 & \text{en el intervalo } [1, 2) \\ k = 0 & f(x) = 0 & \forall x \in R \\ k > 0 & f(x) < 0 & \text{en el intervalo } [0, 1) \end{cases}$$

Una función de densidad $f(x)$ es una función real no negativa.

19. Explicar conceptualmente para qué se puede utilizar la función de distribución empírica de la muestra.

Respuesta.- La función de distribución empírica de la muestra $F_n(x)$, converge en probabilidad a la función de distribución de la población, al aumentar el tamaño de la muestra. Luego su gráfica puede utilizarse para determinar la forma general de la distribución poblacional.

20. ¿Qué entendemos por muestra aleatoria simple?.

Respuesta.- Dada una variable aleatoria X, con función de distribución F(x), se denomina muestra aleatoria simple de tamaño n al conjunto de n variables $X_1, X_2, \cdots, X_n$ independientes, cada una de ellas distribuida idénticamente igual que la variable X.

21. Clasificar los resultados posibles de la decisión tomada en un contraste de hipótesis, utilizando la información proporcionada por una muestra, respecto de la naturaleza de la hipótesis nula. Razonar la respuesta.

Respuesta.- La hipótesis nula H_0 puede ser verdadera o falsa. Pueden entonces presentarse los siguientes resultados:

	H_0 verdadera	H_0 falsa
Aceptar H_0	Decisión correcta	Error de tipo II
Rechazar H_0	Error de tipo I	Decisión correcta

22. ¿En qué contrastes se puede utilizar el estadístico χ^2 de Pearson? ¿Para qué se utiliza?

Respuesta.- En contrastes sobre la varianza σ^2 de una población normal $N(\mu, \sigma)$ con la media poblacional μ desconocida.

El estadístico $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ se distribuye como una χ^2 con $(n-1)$ grados de libertad.

Se utiliza para determinar la región crítica (y la de aceptación) para un nivel de confianza α dado. Por ejemplo, si el contraste es: $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$ la región crítica viene definida por las desigualdades $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{(n-1),\,\alpha/2}$ o $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \chi^2_{(n-1),\,1-\alpha/2}$

23. Explicar conceptualmente porqué es importante que un estimador sea eficiente.

Respuesta.- Un estimador es eficiente si es insesgado y su varianza alcanza la cota de Cramer-Rao, es decir, tiene menor varianza que cualquier otro estimador insesgado. Ello es importante porque, bajo la hipótesis de eficiencia, el estimador toma, para diferentes muestras, valores próximos unos a otros.

24. ¿Qué es una hipótesis estadística?. ¿Qué es la hipótesis nula?. Razonar la respuesta.

Respuesta.- Una hipótesis estadística es una afirmación verdadera o falsa acerca del valor de alguna característica desconocida de la población.
Para efectuar un contraste de hipótesis, se acepta una hipótesis como verdadera, a la que se denomina **hipótesis nula**, frente a otra complementaria que se conoce como **hipótesis alternativa**.

25. Sean X e Y variables aleatorias independientes, tales que $X \sim B(30, 0{,}3)$ e $Y \sim B(60, 0{,}3)$. ¿La variable aleatoria $X+Y \sim B(90, 0{,}3)$?

Respuesta. - Dadas k variables aleatorias independientes $(X_1, X_2, \cdots, X_k)$ que se distribuyen según una binomial $B(n_i, p)$, la suma de las k variables es también una distribución binomial de parámetros $[n_1 + n_2 + \cdots + n_k, p]$, es decir:

$$Y = \sum_{i=1}^{k} X_i \sim B\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\, ,\, p\right) \qquad \text{(propiedad reproductiva)}$$

En esta línea, la variable aleatoria $X+Y \sim B(90; 0{,}3)$.

26. ¿Cuál es el objetivo de los contrastes de aleatoriedad?. Razonar la respuesta.

Respuesta.- Tienen por objetivo determinar si la muestra elegida en el proceso de muestreo es aleatoria.

27. ¿Cuál es la interpretación del concepto “grados de libertad” a la hora de utilizar esti madores?

Respuesta.- Si en una muestra aleatoria de tamaño n, las n variables $X_1, X_2, \cdots, X_n$ son independientes, se suele decir que el conjunto de las n variables $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ contiene n grados de libertad.

Ahora bien, es posible que un estimador cualquiera $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ mantenga o no los n grados de libertad.

Por ejemplo, si en una población en la que se desconoce la media poblacional μ, se utiliza como estimador $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$ (por ejemplo para hacer estimaciones sobre la varianza), ocurre que se ha perdido un grado de libertad puesto que se sabe que $\sum_{i=1}^{n} X_i = n\overline{X}$, concluyendo que conociendo solamente $(n-1)$ valores de la muestra se puede despejar el valor que queda. Así pues, $\hat{\theta}$ posee $(n-1)$ grados de libertad.

28. ¿Para qué se utiliza el error cuadrático medio de un estimador?

Respuesta.- $\text{ECM}(\hat{\theta}) = E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right] = \text{Var}\left[\hat{\theta}\right] + \left(E(\hat{\theta}) - \theta\right)^2 = \text{Var}(\hat{\theta}) + \left[b(\hat{\theta})\right]^2$

En el problema de la estimación puntual interesa que el error cuadrático medio sea lo menor posible, lo cual se consigue cuanto menores sean la varianza del estimador $\text{Var}(\hat{\theta})$ y el valor absoluto del sesgo $\left|b(\hat{\theta})\right|$

Si el estimador es insesgado $b(\hat{\theta}) = 0$, el error cuadrático medio $\text{ECM}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta})$ coincide con la varianza.

29. Si diariamente una variable aleatoria X se distribuye como una Poisson de varianza 7,5. ¿Cómo se distribuirá mensualmente?

Respuesta. - $X_i \sim P(\lambda = 7{,}5) \mapsto \sum_{i=1}^{30} X_i \sim P(30\,.\,7{,}5 = 225) \quad \approx \quad N(225;\ \sqrt{225} = 15)$

30. ¿Qué son los Contrastes uniformemente más potentes?

Respuesta.- Sea un contraste de una hipótesis simple H_0 frente a una hipótesis compuesta H_1.
Se dice que C es *la región crítica uniformemente más potente de tamaño* α si es la mejor región crítica de ese tamaño para contrastar H_0, para cada una de las hipótesis simples de las que consta H_1.
Si la región crítica de un contraste cumple esta propiedad, diremos que el contraste es el uniformemente más potente de tamaño α

31. ¿Qué es el p-valor o nivel de significación observado?

Respuesta.- p-valor es el valor de significación $\alpha = P\left[\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es verdadera}\right]$ más pequeño que conduce al rechazo de la hipótesis nula H_0.

Una vez que el p-valor se haya determinado, la conclusión en cualquier nivel α particular resulta de comparar el p-valor con α:

$$\begin{cases} p-\text{valor} \le \alpha & \Rightarrow \quad \text{Rechazar } H_0 \text{ al nivel } \alpha \\ p-\text{valor} > \alpha & \Rightarrow \quad \text{No Rechazar } H_0 \text{ al nivel } \alpha \end{cases}$$

32. ¿Cómo se construye un intervalo de confianza para la media poblacional μ con varianza poblacional σ^2 conocida?

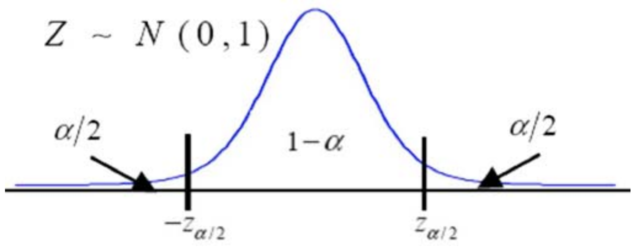
Respuesta.- Sea $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ una muestra aleatoria simple de una variable aleatoria X con distribución teórica $N(\mu, \sigma)$, donde la varianza σ^2 es conocida.

La media muestral $\bar{X}$ es un estimador puntual de μ, con distribución $N\left[\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$, siendo

$Z = \dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ una distribución $N(0,1)$

Tomando como pivote $P = P(X_1, X_2, \cdots, X_n\,;\mu) = Z$, se fija un nivel de confianza $(1-\alpha)$ y se seleccionan dos puntos, que pueden ser los puntos simétricos $-z_{\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2}$, tales que:

$$1-\alpha = P\left[-z_{\alpha/2} \le Z \le z_{\alpha/2}\right] = P\left[-z_{\alpha/2} \le \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\alpha/2}\right] = P\left[\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



El intervalo de confianza: $P\left[\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

De la expresión anterior se deduce que una forma de aumentar la precisión, fijando un nivel de confianza, es aumentar el tamaño muestral n. La relación que existe entre la longitud del intervalo (L), α, n y σ: $L = 2\,z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Señalar que el estadístico pivote P debe ser una función de la muestra y del parámetro a estimar, cuya distribución muestral es independiente del parámetro. El pivote surge de un modo bastante natural, cuando esto no sucede se aplican otros métodos para construir los intervalos de confianza.

Se han elegido las constantes $-z_{\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2}$. Se podrían haber elegido otras constantes de manera que la probabilidad de que P esté comprendido entre ellas sea $(1-\alpha)$. Interesa elegir $-z_{\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2}$ de forma que el intervalo de confianza sea de longitud mínima, de esta forma será mayor la precisión.

33. ¿De qué depende que la amplitud de un intervalo de confianza para la media, siendo la varianza desconocida, sea mayor o menor?

Respuesta.- Para un tamaño de la muestra fijo, a mayor nivel de confianza $(1-\alpha)$, mayor amplitud el intervalo.
Para un nivel de confianza fijo, a mayor tamaño de la muestra, menor amplitud del intervalo.

34. ¿Cuándo se dice que un estimador es UMVUE?

Respuesta.- Un estimador $\hat{\theta}_0$ es UMVUE (insesgado y uniformemente de mínima varianza) para estimar el parámetro θ si, dado cualquier otro estimador insesgado $\hat{\theta}$ de θ, se verifica que $Var(\hat{\theta}_0) \le Var(\hat{\theta})$, para todos los valores posibles de θ.

35. ¿Cuál es la utilidad del lema de Neyman-Pearson?

Respuesta.- Proporciona un criterio para hallar la región crítica de tamaño α en un contraste de hipótesis, que haga mínimo el error de tipo II, $\beta = P\left[\text{Aceptar } H_0 / H_0 \text{ es falsa}\right]$

36. Discutir la siguiente aseveración: *Los estimadores insesgados siempre dan mejores estimaciones que los estimadores sesgados*.

Respuesta.- No es cierto en general. Entre dos estimadores se considera mejor el que proporciona un menor error cuadrático medio: $\text{ECM}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + \left[b(\hat{\theta}) \right]^2$

Si el estimador $\hat{\theta}_1$ es sesgado y el estimador $\hat{\theta}_2$ es insesgado, puede ocurrir que

$\text{Var}(\hat{\theta}_1) + \left[b(\hat{\theta}_1) \right]^2 < \text{Var}(\hat{\theta}_2)$

Universidad Autónoma de Madrid

Gestión Aeronáutica: Estadística Teórica
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández