Hoja nº ....

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

ESTADÍSTICA TEÓRICA GESTIÓN AERONÁTICA (19 de octubre 2015)

1. Sean los sucesos A y B tales que $P(A) = 1/3$ y $P(B/A) = 1/3$.
Determinar si se cumple:

a) A y B son independientes

b) $A \cap B = \phi$

c) $A \subseteq B$

d) $P(\bar{A}/\bar{B}) = 2/3$

2. En una clase de Gestión Aeronáutica todos los alumnos juegan algún deporte, el 60% juegan al fútbol o baloncesto y el 10% práctica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol. Si se elige un alumno al azar, calcula las siguientes probabilidades:

a) Juegue sólo al fútbol

b) Juegue sólo al baloncesto

c) Practique uno solo de los deportes

d) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

3. Un psicólogo de una compañía aérea, por experiencias anteriores, conoce que el 90% de los tripulantes de cabina (TCP) que inician un determinado tratamiento técnico terminan con éxito. La proporción de TCPs con entrenamiento y con experiencia previa es del 10% de entre los que completaron con éxito su entrenamiento y del 25% de entre aquellos que no terminaron con éxito su entrenamiento. Se desea saber:

a) Probabilidad de que un TCP con experiencia previa supere el entrenamiento con éxito.

b) ¿La experiencia previa influye en el éxito del entrenamiento?.

4. La función de distribución asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es del tipo:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x(2-x) & 0 \le x \le k \\ 1 & x > k \end{cases}$$

a) Determinar k para que sea función de distribución

b) Hallar la función de densidad

c) Calcular la media, mediana. moda y varianza de la producción.

d) Hallar $P(X < 0{,}5)$ y $P(X > 0{,}25)$

Hoja nº ....

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

5. La probabilidad de que un banco reciba un cheque sin fondos es 0,01

a) Si en una hora reciben 20 cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos?

b) El banco dispone de 12 sucursales en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro sucursales reciban algún cheque sin fondos?

c) La media del valor de los cheques sin fondos es de 600 euros. Sabiendo que el banco trabaja 6 horas diarias, ¿qué cantidad no se espera pagar?

d) Si se computasen los 500 primeros cheques, ¿cuál es la probabilidad de recibir entre 3 y 6 (inclusive) cheques sin fondos?

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

ESTADÍSTICA TEÓRICA GESTIÓN AERONÁTICA (19 de octubre 2015)

1. Sean los sucesos A y B tales que $P(A) = 1/3$ y $P(B/A) = 1/3$.
Determinar si se cumple:

a) A y B son independientes

b) $A \cap B = \phi$

c) $A \subseteq B$

d) $P(\bar{A} / \bar{B}) = 2/3$

2. En una clase de Gestión Aeronáutica todos los alumnos juegan algún deporte, el 60% juegan al fútbol o baloncesto y el 10% práctica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol. Si se elige un alumno al azar, calcula las siguientes probabilidades:

a) Juegue sólo al fútbol
b) Juegue sólo al baloncesto
c) Practique uno solo de los deportes
d) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

3. Un psicólogo de una compañía aérea, por experiencias anteriores, conoce que el 90% de los tripulantes de cabina (TCP) que inician un determinado tratamiento técnico terminan con éxito. La proporción de TCPs con entrenamiento y con experiencia previa es del 10% de entre los que completaron con éxito su entrenamiento y del 25% de entre aquellos que no terminaron con éxito su entrenamiento. Se desea saber:

a) Probabilidad de que un TCP con experiencia previa supere el entrenamiento con éxito.

b) ¿La experiencia previa influye en el éxito del entrenamiento?.

4. La función de distribución asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es del tipo:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x(2-x) & 0 \le x \le k \\ 1 & x > k \end{cases}$$

a) Determinar k para que sea función de distribución

b) Hallar la función de densidad

c) Calcular la media, mediana. moda y varianza de la producción.

d) Hallar $P(X < 0{,}5)$ y $P(X > 0{,}25)$

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

5. La probabilidad de que un banco reciba un cheque sin fondos es 0,01

a) Si en una hora reciben 20 cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos?

b) El banco dispone de 12 sucursales en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro sucursales reciban algún cheque sin fondos?

c) La media del valor de los cheques sin fondos es de 600 euros. Sabiendo que el banco trabaja 6 horas diarias, ¿qué cantidad no se espera pagar?

d) Si se computasen los 500 primeros cheques, ¿cuál es la probabilidad de recibir entre 3 y 6 (inclusive) cheques sin fondos?

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

ESTADÍSTICA TEÓRICA GESTIÓN AERONÁTICA (19 de octubre 2015)

1. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=1/3$ y $P(B/A)=1/3$.
Determinar si se cumple:

a) A y B son independientes

b) $A\cap B=\phi$

c) $A\subseteq B$

d) $P(\bar{A}/\bar{B})=2/3$

Solución:

a) $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)} \quad \mapsto \quad \dfrac{1}{3}=\dfrac{P(B\cap A)}{1/3} \Rightarrow P(B\cap A)=\dfrac{1}{9}$

Para reflejar la imagen, sea el experimento aleatorio consistente en extraer una bola de una urna con nueve bolas numeradas del 1 al 9. El espacio muestral $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Sean los sucesos $A=\{1,2,3\}$ y $B=\{3,4,5,6,7,8,9\}$

$P(A)=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3} \qquad P(A\cap B)=\dfrac{1}{9} \qquad P(B)=\dfrac{7}{9}$

$P(A\cap B)\neq P(A).\,P(B)$ dado que $\dfrac{1}{9}\neq\dfrac{1}{3}x\dfrac{7}{9} \quad \mapsto$ A y B no son independientes.

b) $P(A\cap B)=\dfrac{1}{9}\neq 0=P(\phi) \quad \mapsto \quad A\cap B\neq\phi$

c) $A\not\subseteq B$ observando los sucesos A y B

d) $P(\bar{A}/\bar{B})\neq\dfrac{2}{3}$

Hoja nº ....

Asignatura .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día ....

2. En una clase de Gestión Aeronáutica todos los alumnos juegan algún deporte, el 60% juegan al fútbol o baloncesto y el 10% práctica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol. Si se elige un alumno al azar, calcula las siguientes probabilidades:

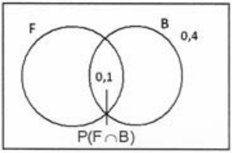
a) Juegue sólo al fútbol

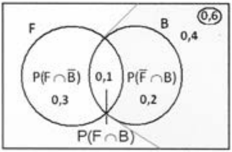
b) Juegue sólo al baloncesto

c) Practique uno solo de los deportes

d) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

Solución:





a) $P(F) = 1 - P(\bar{F}) = 1 - 0,6 = 0,4$

b) $P(\bar{F} \cap B) = 0,2$

c) $P\left[(F \cap \bar{B}) \cup (\bar{F} \cap B)\right] = P(F \cap \bar{B}) + P(\bar{F} \cap B) - P(F \cap \bar{B} \cap \bar{F} \cap B) =$

$= P(F \cap \bar{B}) + P(\bar{F} \cap B) - 0 = 0,3 + 0,2 = 0,5$

d) $P(\bar{F} \cap \bar{B}) = P(\overline{F \cup B}) = 1 - P(F \cup B) = 1 - 0,6 = 0.4$

3. Un psicólogo de una compañía aérea, por experiencias anteriores, conoce que el 90% de los tripulantes de cabina (TCP) que inician un determinado tratamiento técnico terminan con éxito. La proporción de TCPs con entrenamiento y con experiencia previa es del 10% de entre los que completaron con éxito su entrenamiento y del 25% de entre aquellos que no terminaron con éxito su entrenamiento. Se desea saber:

a) Probabilidad de que un TCP con experiencia previa supere el entrenamiento con éxito.

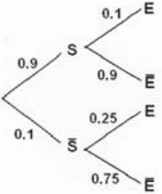
b) ¿La experiencia previa influye en el éxito del entrenamiento?.

Solución:

Sean los sucesos:

S = *"supera el entrenamiento con éxito"*   E = *"tiene experiencia previa"*

$P(S) = 0{,}9 \quad P(\overline{S}) = 0{,}1 \quad P(E/S) = 0{,}1 \quad P(E/\overline{S}) = 0{,}25$



a) $P(S/E) = \dfrac{P(S \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0{,}9 \times 0{,}1}{0{,}9 \times 0{,}1 + 0{,}1 \times 0{,}25} = 0{,}78$

b) $\begin{cases} P(S/E) = 0{,}78 \\ P(S) = 0{,}9 \end{cases} \mapsto \quad P(S) > P(S/E)$

La experiencia previa influye desfavorablemente en el éxito del tratamiento.

4. La función de distribución asociada a la producción de una máquina, en miles de unidades, es del tipo:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x(2-x) & 0 \le x \le k \\ 1 & x > k \end{cases}$$

a) Determinar k para que sea función de distribución

b) Hallar la función de densidad

c) Calcular la media, mediana. moda y varianza de la producción.

d) Hallar $P(X < 0{,}5)$ y $P(X > 0{,}25)$

Solución:

Asignatura .... Grupo ....
Apellidos .... Nombre ....
Ejercicio del día ....

a) Para que sea función de distribución se debe verificar:

$$1=\lim_{x\to k^+} F(x)=\lim_{x\to k^-} F(x) \quad \mapsto \quad \lim_{x\to k^-} x(x-2)=k(k-2)=1 \quad \mapsto \quad k^2-2k+1=0 \quad \Rightarrow \quad k=1$$

En consecuencia, la función de distribución es: $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ x(2-x) & 0\le x\le 1 \\ 1 & x>1 \end{cases}$

b) La función de densidad o función de cuantía es la derivada de la función de distribución en los puntos donde exista la derivada.

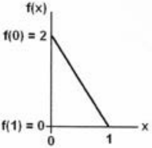
$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 2-2x & 0\le x\le 1 \\ 0 & x>1 \end{cases} \longrightarrow \quad f(x)=\begin{cases} 2-2x & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

c) Media:

$$\alpha_1=\mu_X=E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x\,f(x)\,dx=\int_0^1 x\,(2-2x)\,dx=\int_0^1 (2x-2x^2)\,dx=\left[x^2-\frac{2x^3}{3}\right]_0^1=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

• Para calcular la Moda hay que ver el valor que hace mínima la función de densidad o de cuantía, es decir:

$$f(x)=\begin{cases} 2-2x & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \mapsto \quad f'(x)=\begin{cases} -2 & 0\le x\le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



La derivada de la función de cuantía $f'(x)=-2<0$, por lo que se trata de una función decreciente y toma el valor máximo en el extremo del intervalo $[0,1]$, por tanto la moda $M_d=0$

$f(1)=0\le f(x)\le f(0)=1$, con lo que $M_d=0$

• La Mediana de una distribución es el valor que deja el 50% de la distribución a la derecha y el otro 50% a la izquierda, por lo que:

$$F(M_e)=0{,}5 \quad \Rightarrow \quad M_e(2-M_e)=0{,}5 \quad \Rightarrow \quad M_e^2-2M_e+0{,}5=0 \quad \Rightarrow \quad 2M_e^2-4M_e+1=0$$

$$2M_e^2-4M_e+1=0 \quad \mapsto \quad M_e=\frac{4\pm\sqrt{16-8}}{4}=\frac{4\pm 2\sqrt{2}}{4}=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

De las dos soluciones se rechaza aquella que es mayor que 1, por lo que la Mediana es:

$$M_e == 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- La Varianza de la producción: $\sigma_X^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2$

$$\alpha_2 = E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \int_0^1 x^2(2-2x)dx = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{2}\right]_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\sigma_X^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}$$

d) Función de distribución $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x(2-x) & 0 \le x \le 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$

$$P(X < 0,5) = P(X \le 0,5) = F(0,5) = 0,5(2-0,5) = 0,75$$

$$P(X > 0,25) = 1 - P(X \le 0,25) = 1 - F(0,25) = 1 - 0,25(2-0,25) = 0,5625$$

También mediante la función de cuantía: $f(x) = \begin{cases} 2-2x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

$$P(X < 0,5) = \int_0^{0,5} f(x)dx = \int_0^{0,5} (2-2x)dx = \left[2x - x^2\right]_0^{0,5} = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$P(X > 0,25) = \int_{0,25}^1 f(x)dx = \int_{0,25}^1 (2-2x)dx = \left[2x - x^2\right]_{0,25}^1 = 1 - (0,5 - 0,0625) = 0,5625$$

5. La probabilidad de que un banco reciba un cheque sin fondos es 0,01

e) Si en una hora reciben 20 cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos?

f) El banco dispone de 12 sucursales en la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos cuatro sucursales reciban algún cheque sin fondos?

g) La media del valor de los cheques sin fondos es de 600 euros. Sabiendo que el banco trabaja 6 horas diarias, ¿qué cantidad no se espera pagar?

h) Si se computasen los 500 primeros cheques, ¿cuál es la probabilidad de recibir entre 3 y 6 (inclusive) cheques sin fondos?

Solución:

a) X = "número de cheques sin fondos" sigue una distribución binomial $X \sim b(20, 0{,}01)$

$$P[X \geq 1] = 1 - P[X < 1] = 1 - P[X = 0] = 1 - \binom{20}{0}.0{,}01^0.0{,}99^{20} = 1 - 0{,}980 = 0{,}182$$

b) Y = "número de sucursales que reciben al menos 1 cheque sin fondos" $Y \sim b(12, 0{,}182)$

$$P[Y \geq 4] = 1 - P[Y < 4] = 1 - \big[P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3]\big] =$$

$$= 1 - \left[\binom{12}{0}.0{,}182^0.0{,}818^{12} + \binom{12}{1}.0{,}182^1.0{,}818^{11} + \binom{12}{2}.0{,}182^2.0{,}818^{10} + \binom{12}{3}.0{,}182^3.0{,}818^9\right] =$$

$$= 1 - [0{,}0897 + 0{,}2396 + 0{,}2932 + 0{,}2174] = 0{,}16$$

c) $\dfrac{1\,\text{hora}}{20\ \text{cheques}} = \dfrac{6\ \text{horas}}{n\ \text{cheques}} \mapsto n = 120$ cheques

Los cheques sin fondos esperados: $\mu = E(X) = n.\,p = 120.0{,}01 = 1{,}2$ cheques

En consecuencia, se espera no pagar $1{,}2.600 = 720$ euros

d) U = "número de cheques sin fondos computados" donde $U \sim b(500, 0{,}01)$, que al ser $n.\,p = 500.0{,}01 = 5$ se aproxima a una distribución de Poisson de parámetro $P[\lambda = 5]$

$$P[3 \leq U \leq 6] = P[U = 3] + P[U = 4] + P[U = 5] + P[U = 6] =$$

$$= \left[\frac{5^3}{3!} + \frac{5^4}{4!} + \frac{5^5}{5!} + \frac{5^6}{6!}\right].e^{-5} = [20{,}833 + 26{,}042 + 26{,}042 + 21{,}701].e^{-5} = 0{,}6375$$