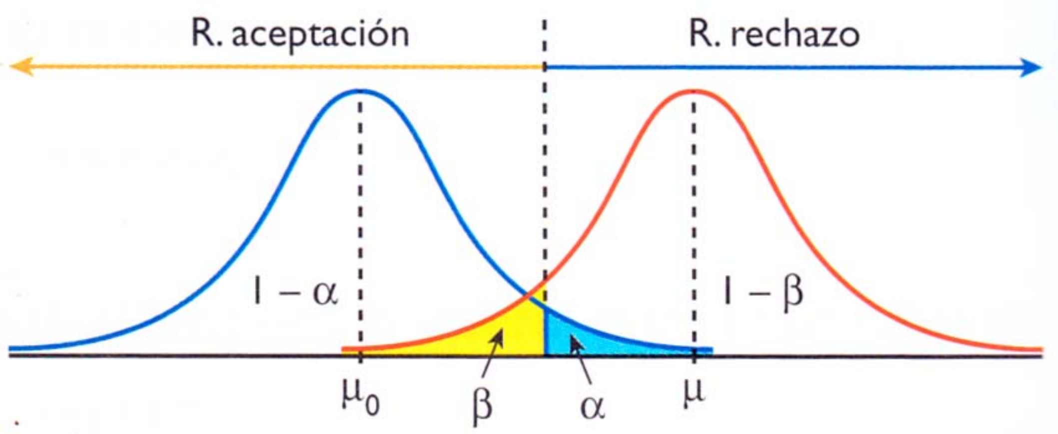
Gestión Aeronáutica: Estadística Teórica
Facultad Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada
Profesor: Santiago de la Fuente Fernández

ESTADÍSTICA TEÓRICA
CONTRASTES DE HIPÓTESIS - INTERVALOS DE CONFIANZA
ESTADÍSTICO P-VALOR

ESQUEMA p-valor (p-value)

Decisión	H_0 verdadera	H_0 falsa
Se acepta H_0	Decisión correcta Probabilidad $1-\alpha$	Error tipo II Probabilidad β
Se rechaza H_0	Error tipo I Probabilidad α	Decisión correcta Probabilidad $1-\beta$ Potencia contraste



Se define β como la probabilidad de cometer un Error Tipo II:

$$\beta = P[ET\,II] = P\left[\text{Aceptar } H_0 \,\middle|\, H_0 \text{ es falsa}\right] \equiv P\left[\text{Aceptar } H_0 \,\middle|\, H_1 \text{ es cierta}\right]$$

Se define la **Potencia del contraste** como $\boxed{Pot = 1-\beta}$

$$Pot = 1-\beta = P\left[\text{Rechazar } H_0 \,\middle|\, H_0 \text{ es falsa}\right] \equiv P\left[\text{Aceptar } H_1 \,\middle|\, H_1 \text{ es cierta}\right]$$

$$\alpha = P[\,ET\ I\,] = P\left[\text{Rechazar } H_0 \,\middle|\, H_0 \text{ cierta}\right]$$

$$\alpha_p = p-\text{valor} = P[ET\ I]_{\text{muestra}} = P\left[\text{Rechazar media muestral} / H_0 \text{ es cierta}\right]$$

$$\begin{cases} \alpha_p = p-\text{valor} > \alpha \quad \text{se acepta } H_0 \\ \alpha_p = p-\text{valor} \leq \alpha \quad \text{se rechaza } H_0 \end{cases} \mapsto \begin{cases} p-\text{valor} \leq 0{,}05 \quad \text{rechaza } H_0 \ \ 95\% \\ p-\text{valor} \leq 0{,}01 \quad \text{rechaza } H_0 \ \ 99\% \end{cases}$$

🕮 Contraste de la media poblacional μ con varianza conocida

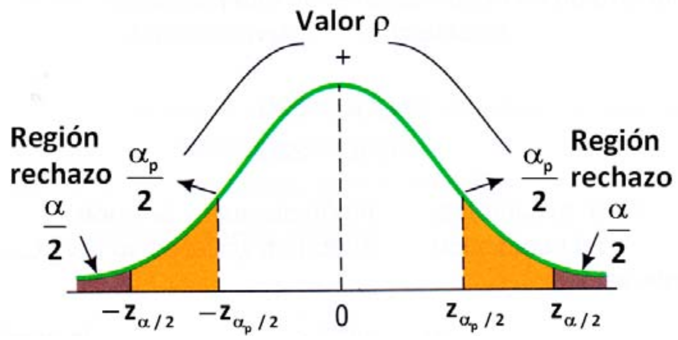
Contraste bilateral: $H_0: \mu = \mu_0 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_0$

Muestra: $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}$$

Región aceptación: $(-z_{\alpha/2}\,,\, z_{\alpha/2})$



$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(\mu) = \left[\underbrace{\bar{x}}_{\text{media muestral}} \pm \underbrace{z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{error estimación}}\right]$$

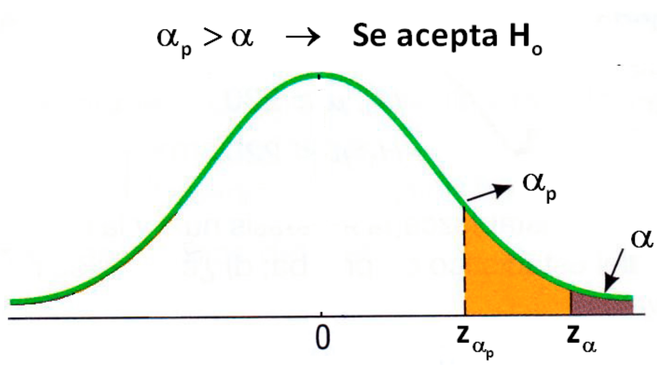
Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu \leq \mu_0 \qquad H_1: \mu_1 > \mu_0$

Muestra: $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha}$$

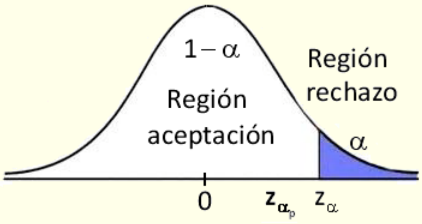
Región aceptación: $(-\infty\,,\, z_{\alpha})$



Contraste de la media de una población normal con varianza desconocida y muestras grandes $n > 30$

Contraste unilateral derecho

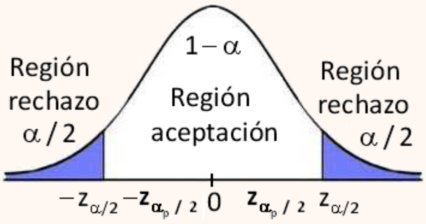
$H_0:\ \mu \le \mu_0 \qquad H_1:\ \mu > \mu_0$



estadístico contraste: $z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s_x/\sqrt{n}}$

Contraste bilateral

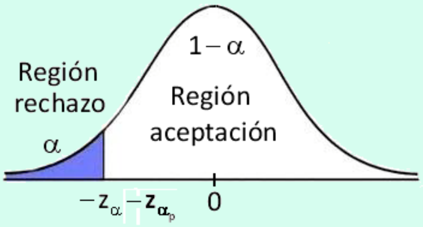
$H_0:\ \mu = \mu_0 \qquad H_1:\ \mu \ne \mu_0$



estadístico contraste: $z_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{s_x/\sqrt{n}}$

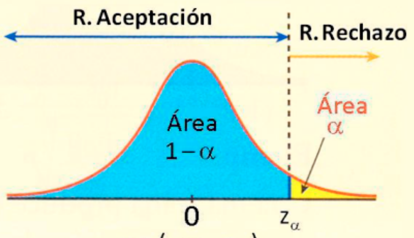
Contraste unilateral izquierdo

$H_0:\ \mu \ge \mu_0 \qquad H_1:\ \mu < \mu_0$



estadístico contraste: $z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s_x/\sqrt{n}}$

UNILATERAL



$z \in (-\infty, z_\alpha)$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 conocida:

$H_0: \mu \le \mu_0 \qquad H_1: \mu > \mu_0$

Intervalo confianza $\left(-\infty,\ \mu + z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 si $\bar{x} \in \left(-\infty,\ \mu + z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

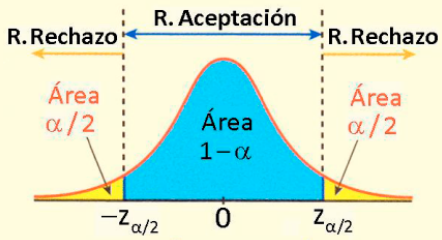
O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_\alpha$

$$-\infty < \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_\alpha$$

$$1-\alpha = 0{,}95 \quad \mapsto \quad -\infty < \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le 1{,}645$$

BILATERAL



$z \in (-z_{\alpha/2},\ z_{\alpha/2})$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 conocida:

$H_0: \mu = \mu_0 \qquad H_1: \mu \ne \mu_0$

Intervalo confianza

$$\left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Se acepta H_0 si

$$\bar{x} \in \left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

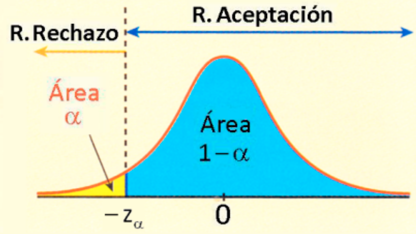
O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\alpha/2}$

$$-z_{\alpha/2} \le \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\alpha/2}$$

$$1-\alpha = 0{,}95 \quad \mapsto \quad -1{,}96 \le \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le 1{,}96$$

UNILATERAL



$z \in (-z_\alpha, \infty)$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 conocida:

$H_0: \mu \ge \mu_0 \qquad H_1: \mu < \mu_0$

Intervalo confianza $\left(\mu - z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \infty\right)$

Se acepta H_0 si: $\bar{x} \in \left(\mu - z_\alpha \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \infty\right)$

O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \ge -z_\alpha$

$$-z_\alpha < \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \infty$$

$$1-\alpha = 0{,}95 \quad \mapsto \quad -1{,}645 < \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \infty$$

🕮 Contraste de la media poblacional μ con varianza desconocida con muestras grandes n > 30

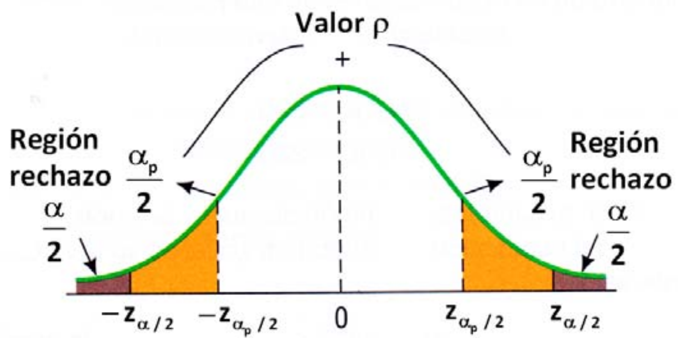
Contraste bilateral: $H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_0$

Muestra: $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{s_x / \sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}$$

Región aceptación: $(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$



$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{s_x / \sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(\mu) = \left[\underbrace{\bar{x}}_{\text{media muestral}} \pm \underbrace{z_{\alpha/2}\frac{s_x}{\sqrt{n}}}_{\text{error estimación}}\right]$$

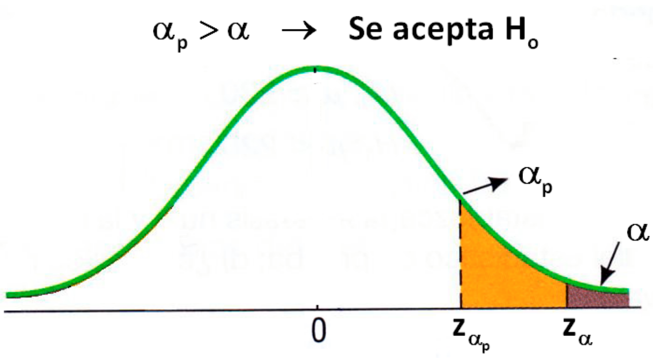
Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu \leq \mu_0 \quad H_1: \mu_1 > \mu_0$

Muestra: $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} \leq z_{\alpha}$$

Región aceptación: $(-\infty, z_{\alpha})$



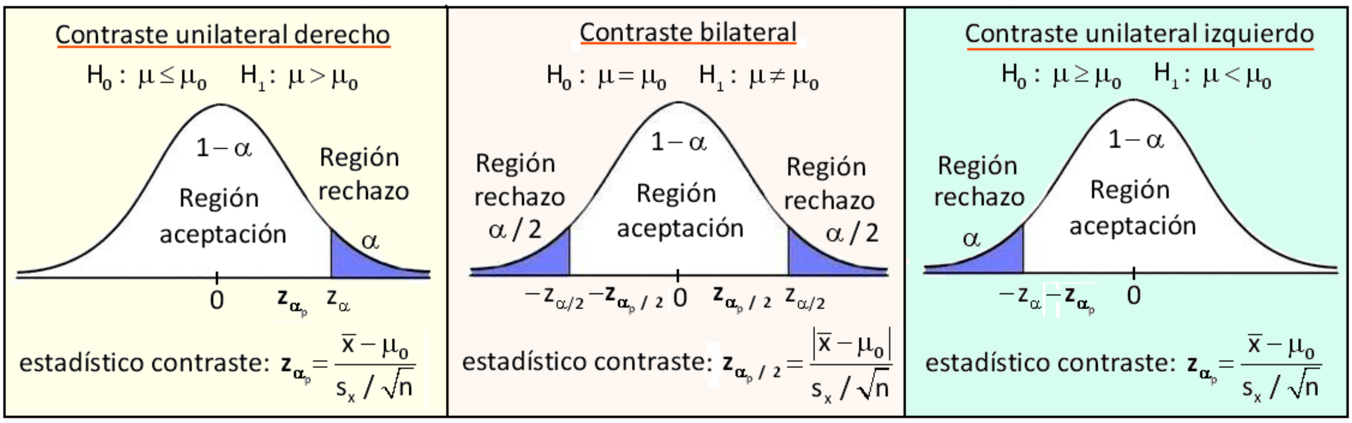
En la muestra,

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 n_i}{n} \quad \text{varianza} \qquad s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 n_i}{n-1} \quad \text{cuasivarianza}$$

$$n\,\sigma_x^2 = (n-1)\,s_x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_x}{\sqrt{n-1}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

$s_x \equiv$ cuasidesviación típica o desviación estándar

Contraste de la media de una población normal con varianza desconocida y muestras grandes $n > 30$

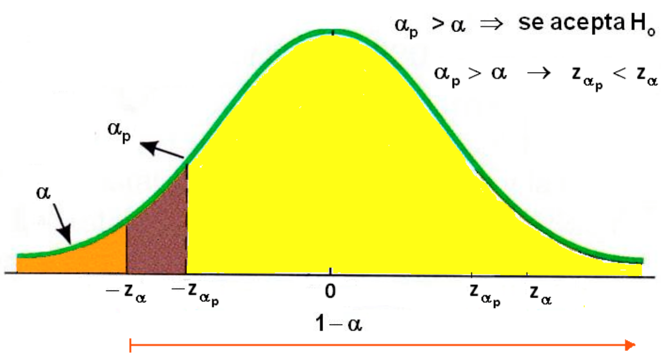


🕮 Contraste unilateral a la izquierda de la media poblacional μ con varianza poblacional desconocida en muestras grandes

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: \mu = \mu_0 \qquad H_1: \mu_1 < \mu_0$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} > -z_\alpha$$



Región aceptación: $RA = \left\{ \bar{x} > \mu_0 - z_\alpha \cdot \dfrac{s_x}{\sqrt{n}} \right\}$

Región de rechazo: $RC = \left\{ \bar{x} < \mu_0 - z_\alpha \cdot \dfrac{s_x}{\sqrt{n}} \right\}$

🕮 Contraste de la media poblacional μ con varianza desconocida con muestras pequeñas $n \leq 30$

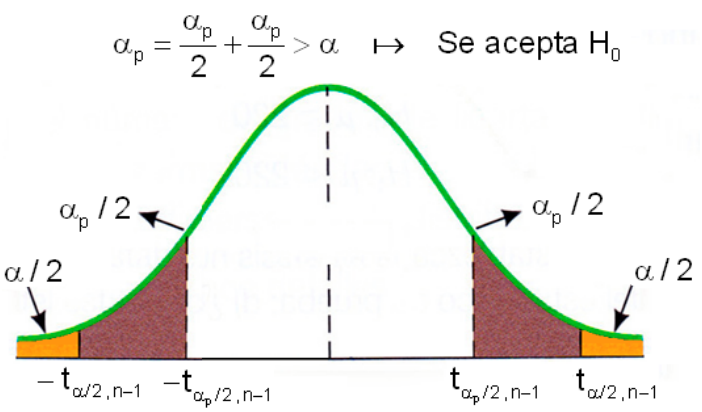
Contraste bilateral: $H_0: \mu = \mu_0 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_0$

Muestra: $t_{n-1}\left(\mu, \dfrac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$t_{\alpha_p} = t_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{s_x / \sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2,(n-1)}$$

Región aceptación:
$(-t_{\alpha/2,(n-1)}, t_{\alpha/2,(n-1)})$



$$t_{\alpha_p} = t_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{s_x / \sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2,(n-1)} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(\mu) = \left[\overbrace{\bar{x}}^{\text{media muestral}} \pm \overbrace{t_{\alpha/2,(n-1)} \frac{s_x}{\sqrt{n}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

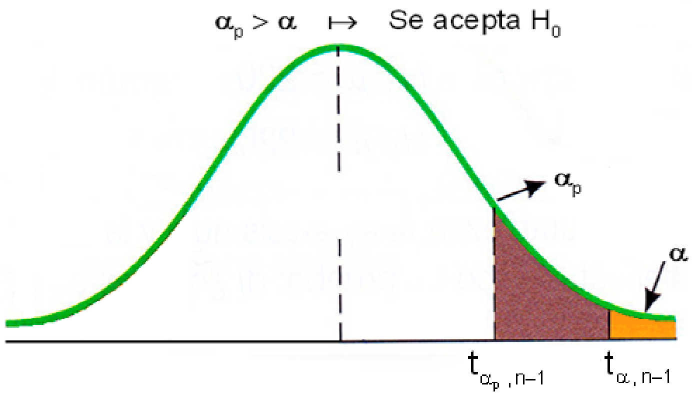
Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu \leq \mu_0 \qquad H_1: \mu_1 > \mu_0$

Muestra: $t_{n-1}\left(\mu, \dfrac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$

Se acepta H_0 sí

$$t_{\alpha_p} = t_{p-valor} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} \leq t_{\alpha,(n-1)}$$

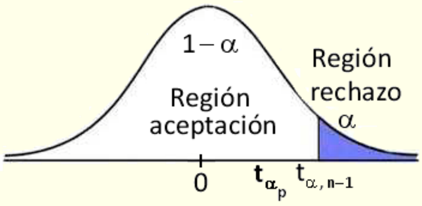
Región aceptación: $(-\infty, t_{\alpha,(n-1)})$



Contraste de la media de una población normal con varianza desconocida y muestras pequeñas $n \le 30$

Contraste unilateral derecho

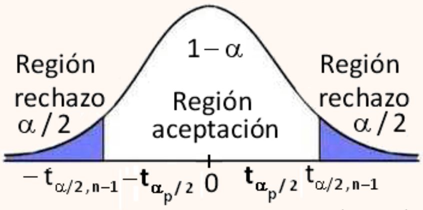
$H_0: \mu \le \mu_0 \quad H_1: \mu > \mu_0$



estadístico contraste: $t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s_x / \sqrt{n}}$

Contraste bilateral

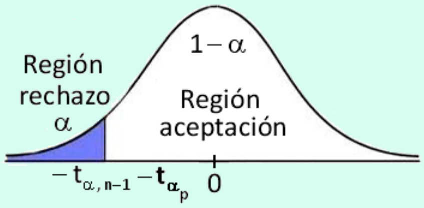
$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu \ne \mu_0$



estadístico contraste: $t_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{x} - \mu|}{s_x / \sqrt{n}}$

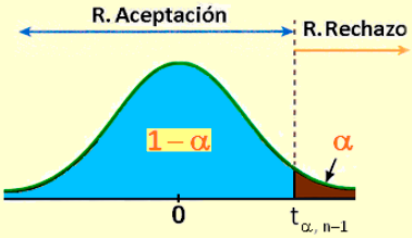
Contraste unilateral izquierdo

$H_0: \mu \ge \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0$



estadístico contraste: $t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s_x / \sqrt{n}}$

UNILATERAL



$\alpha_p \in (-\infty\,,\ t_{\alpha, n-1})$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 desconocida, $n \le 30$

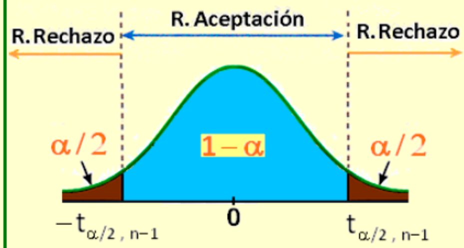
$H_0: \mu \le \mu_0 \quad H_1: \mu > \mu_0$

Se acepta H_0 si:

$$\bar{x} \in \left(-\infty\,,\ \mu_0 + t_{\alpha, n-1} \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$$

O bien, $-\infty < \alpha_p = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} < t_{\alpha, n-1}$

BILATERAL



$\alpha_p \in (-t_{\alpha/2, n-1}\,,\ t_{\alpha/2, n-1})$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 desconocida, $n \le 30$

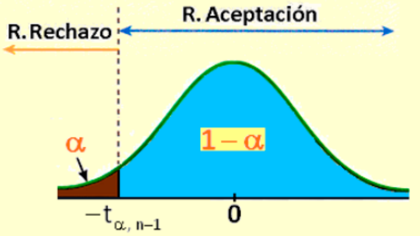
$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu \ne \mu_0$

Se acepta H_0 si:

$$\bar{x} \in \left(\mu_0 - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}\,,\ \mu_0 - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}\right)$$

$-t_{\alpha/2, n-1} < \alpha_p = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} < t_{\alpha/2, n-1}$

UNILATERAL



$\alpha_p \in (-t_{\alpha, n-1}\,,\ \infty)$

Contraste media poblacional μ con varianza σ^2 desconocida, $n \le 30$

$H_0: \mu \ge \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0$

Se acepta H_0 si:

$$\bar{x} \in \left(\mu_0 - t_{\alpha, n-1} \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}\,,\ \infty\right)$$

O bien, $-t_{\alpha, n-1} < \alpha_p = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s_x / \sqrt{n}} < \infty$

🕮 Contraste para el parámetro λ de una distribución de Poisson

Contraste bilateral: $H_0: \lambda = \lambda_0 \qquad H_1: \lambda \neq \lambda_0$

Muestra: $\overline{x} = \hat{\lambda} \sim \left(\lambda_0 \,,\, \sqrt{\dfrac{\lambda_0}{n}} \right)$

Se acepta H_0 sí $z_{\alpha_{p/2}} = \dfrac{\left| \hat{\lambda} - \lambda_0 \right|}{\sqrt{\dfrac{\hat{\lambda}}{n}}} \leq z_{\alpha/2}$

$$z_{\alpha_{p/2}} = \frac{\left| \hat{\lambda} - \lambda_0 \right|}{\sqrt{\dfrac{\hat{\lambda}}{n}}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(\lambda) = \left[\overbrace{\overline{x}}^{\text{media muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}}^{\text{error estimación}} \right]$$

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \lambda \leq \lambda_0 \qquad H_1: \lambda > \lambda_0$

Se acepta H_0 sí $z_{\alpha_p} = \dfrac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\dfrac{\hat{\lambda}}{n}}} \leq z_{\alpha}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: \lambda \geq \lambda_0 \qquad H_1: \lambda < \lambda_0$

Se acepta H_0 sí $z_{\alpha_p} = \dfrac{\hat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\dfrac{\hat{\lambda}}{n}}} \geq -\, z_{\alpha}$

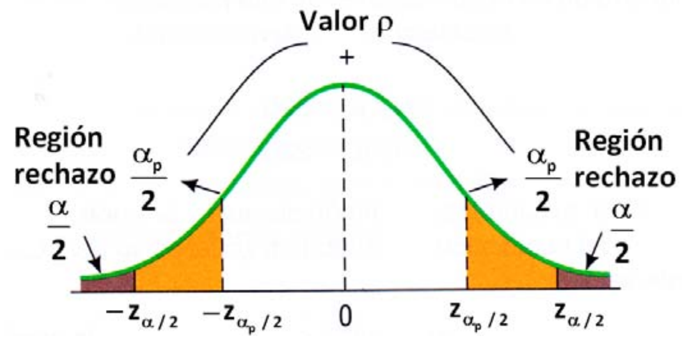
🕮 Contraste para el parámetro p de una distribución binomial $B(n, p)$

Contraste bilateral: $H_0: p = p_0 \qquad H_1: p \neq p_0$

Muestra: $\hat{p} \sim \left(p_0 \, , \sqrt{\dfrac{\hat{p}\,.\hat{q}}{n}} \right)$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p/2} = z_{p-\text{valor}/2} = \frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\,.\hat{q}}{n}}} \leq z_{\alpha/2}$$

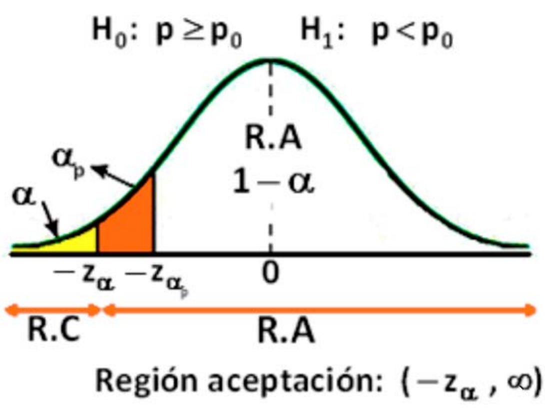


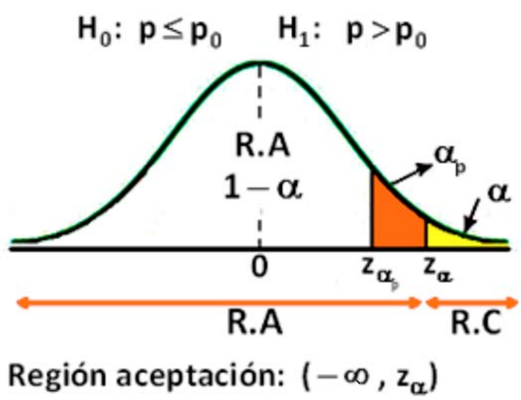
Región aceptación $(-z_{\alpha/2} \, , \, z_{\alpha/2})$

$$z_{\alpha_p/2} = z_{p-\text{valor}/2} = \frac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\,.\hat{q}}{n}}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(p) = \left[\overbrace{\hat{p}}^{\text{media muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\,.\hat{q}}{n}}}^{\text{error estimación}} \right]$$

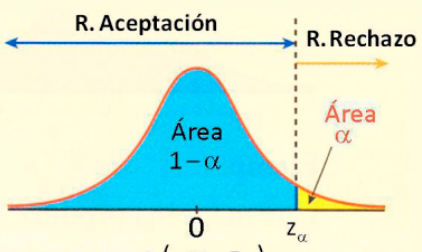
Contraste unilateral a la derecha: $H_0: p \leq p_0 \qquad H_1: p > p_0$

$$\hat{p} \sim \left(p_0 \, , \sqrt{\frac{\hat{p}\,.\hat{q}}{n}} \right) \qquad z_{\alpha_p} = z_{p-\text{valor}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\,.\,\hat{q}}{n}}} \leq z_\alpha$$





UNILATERAL



$\alpha_p \in (-\infty, z_\alpha)$

Contraste para el parámetro p de una distribución binomial:

$H_0: p \le p_0 \qquad H_1: p > p_0$

Intervalo confianza

$$\left(-\infty,\ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\right)$$

Se acepta H_0 si

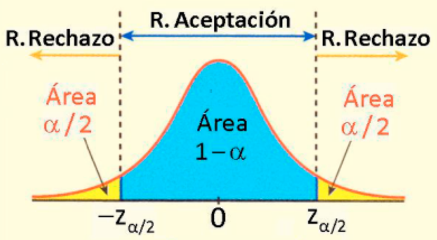
$$\hat{p} \in \left(-\infty,\ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\right)$$

O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} \le z_\alpha$

$$-\infty < \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} \le z_\alpha$$

BILATERAL



$\alpha_p \in (-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

Contraste para el parámetro p de una distribución binomial:

$H_0: p = p_0 \qquad H_1: p \ne p_0$

Intervalo confianza

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\ ,\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\right)$$

Se acepta H_0 si

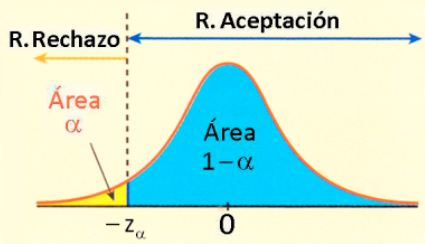
$$\hat{p} \in \left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\ ,\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\right)$$

O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} \le z_{\alpha/2}$

$$-z_{\alpha/2} \le \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} \le z_{\alpha/2}$$

UNILATERAL



$\alpha_p \in (-z_\alpha, \infty)$

Contraste para el parámetro p de una distribución binomial:

$H_0: p \ge p_0 \qquad H_1: p < p_0$

Intervalo confianza

$$\left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\ ,\ \infty\right)$$

Se acepta H_0 si

$$\hat{p} \in \left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\ ,\ \infty\right)$$

O bien,

Se acepta H_0 si: $\alpha_p = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} \ge -z_\alpha$

$$-z_\alpha < \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}.\hat{q}/n}} < \infty$$

🕮 Contraste para la varianza de una población normal

Contraste bilateral: $H_0:\ \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad H_1:\ \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

Lema Fisher:

$$\chi^2_{n-1} = \frac{\text{varianza muestral}}{\text{varianza teórica}} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma^2 / n} = \frac{s_x^2}{\sigma^2 / (n-1)} = \frac{(n-1)\, s_x^2}{\sigma^2}$$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{(n-1)\, s_x^2}{\sigma_0^2} \in \left[\chi^2_{1-\alpha/2,(n-1)}\,,\ \chi^2_{\alpha/2,(n-1)}\right]$

Intervalo confianza: $I_{1-\alpha}(\sigma^2) = \left[\dfrac{(n-1)\, s_x^2}{\chi^2_{\alpha/2,(n-1)}}\,,\ \dfrac{(n-1)\, s_x^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,(n-1)}}\right]$

Contraste unilateral a la derecha: $H_0:\ \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \qquad H_1:\ \sigma^2 > \sigma_0^2$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{(n-1)\, s_x^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{\alpha,\,(n-1)}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0:\ \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \qquad H_1:\ \sigma^2 < \sigma_0^2$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{(n-1)\, s_x^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{1-\alpha/2,(n-1)}$

🕮 Contraste de igualdad de medias de dos poblaciones normales $N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$ de varianzas conocidas.

Contraste bilateral: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

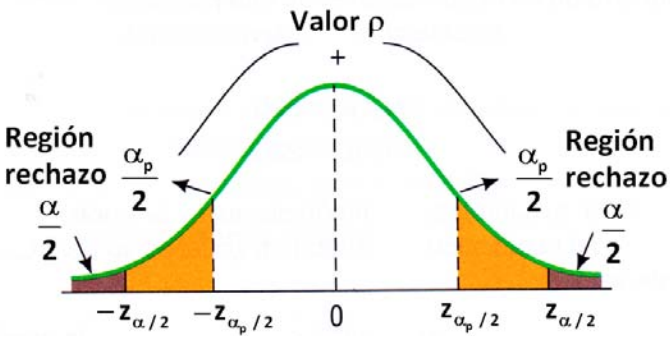
Muestras:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right) \text{ e } \bar{y} \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right) \rightarrow (\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \rightarrow \quad H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad \rightarrow \quad (\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

Se acepta H_0 sí

$$z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2}$$



Región aceptación: $(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

$$z_{\alpha_p} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2} \Leftrightarrow I_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\overbrace{(\bar{x} - \bar{y})}^{\text{diferencia media muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

Cuando el intervalo cubre el cero no existe diferencia entre las medias poblacionales.

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 > \mu_2$

$$(\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) \qquad z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha}$$

$$\text{Región aceptación: } RA = \left\{ (\overline{x} - \overline{y}) \leq z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

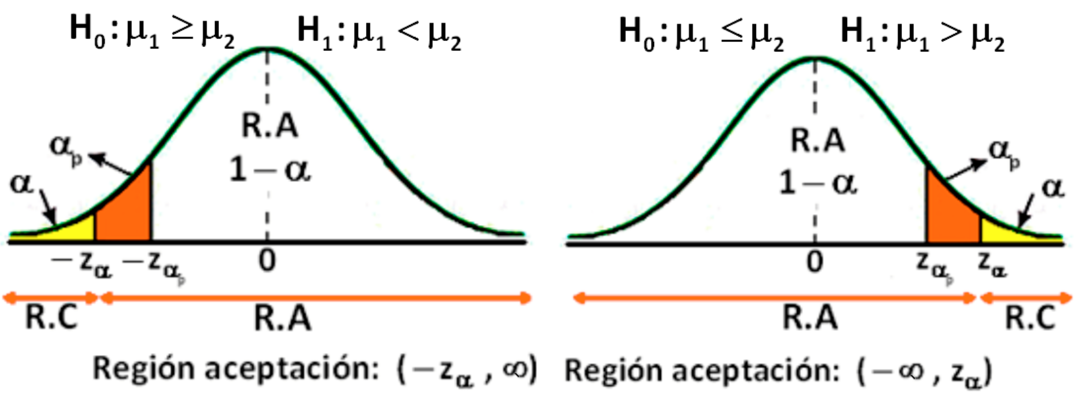
$$\text{Región de rechazo: } RC = \left\{ (\overline{x} - \overline{y}) > z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 < \mu_2$

$$(\overline{x} - \overline{y}) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) \qquad z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq -z_{\alpha}$$

$$\text{Región aceptación: } RA = \left\{ (\overline{x} - \overline{y}) \leq -z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$

$$\text{Región de rechazo: } RC = \left\{ (\overline{x} - \overline{y}) > -z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$$



🕮 Contraste de diferencias de medias de dos poblaciones normales de varianzas conocidas.

Contraste bilateral: H_0: $\mu_1 - \mu_2 = k$ $\quad$ H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq k$

Se acepta H_0 sí $\quad z_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\,\bar{x} - \bar{y} - k\,|}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2}$

Contraste unilateral a la derecha: H_0: $\mu_1 - \mu_2 \leq k$ $\quad$ H_1: $\mu_1 - \mu_2 > k$

Se acepta H_0 sí $\quad z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - k}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq z_\alpha$

Región de rechazo: $RC = \left\{ (\bar{x} - \bar{y} - k) > z_\alpha \cdot \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$

Contraste unilateral a la izquierda: H_0: $\mu_1 - \mu_2 \geq k$ $\quad$ H_1: $\mu_1 - \mu_2 < k$

Se acepta H_0 sí $\quad z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - k}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq -z_\alpha$

Región de rechazo: $RC = \left\{ (\bar{x} - \bar{y} - k) < -z_\alpha \cdot \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}} \right\}$

📖 Contraste de igualdad de medias de dos poblaciones normales de varianzas desconocidas y muestras grandes $n_1 + n_2 > 30$ con $n_1 \approx n_2$

Contraste bilateral: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

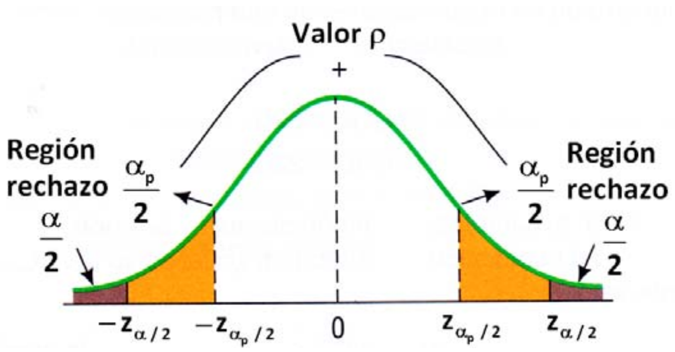
Muestras: $\bar{x} \sim N\left(\mu_1, \dfrac{s_1}{\sqrt{n_1}}\right)$ e $\bar{y} \sim N\left(\mu_2, \dfrac{s_2}{\sqrt{n_2}}\right)$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \to \quad H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad \to \quad (\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

Se acepta H₀ sí

$$z_{\alpha_p/2} = z_{p-valor/2} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2}$$

Región aceptación: $(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$



$$z_{\alpha_p/2} = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2} \Leftrightarrow I_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\overbrace{(\bar{x} - \bar{y})}^{\text{diferencia media muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

Cuando el intervalo cubre el cero no existe diferencia entre las medias poblacionales.

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 > \mu_2$

$$(\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

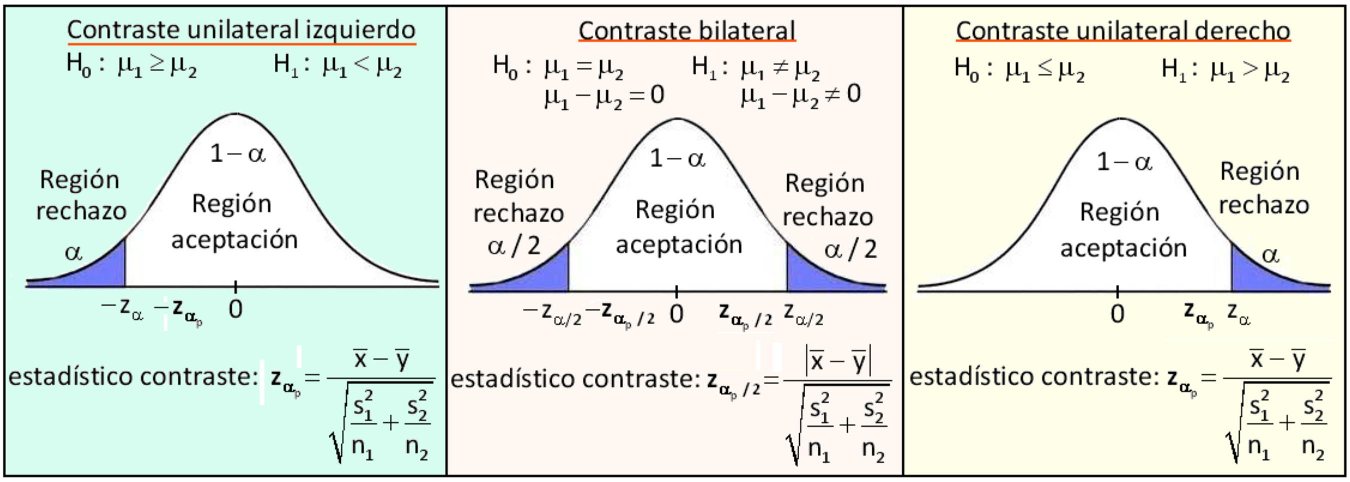
Se acepta H₀ sí $z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \leq z_\alpha$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0:\ \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1:\ \mu_1 < \mu_2$

$$(\bar{x} - \bar{y}) \sim N\left(0\,,\ \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

Se acepta H_0 sí $\quad z_{\alpha_p} = z_{p-valor} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \geq -z_\alpha$

Contraste para la diferencia de medias de dos distribuciones normales $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ con varianzas poblacionales desconocidas, y muestras grandes $n_1 + n_2 > 30$, $n_1 \simeq n_2$



🕮 Contraste de igualdad de medias de dos poblaciones normales de varianzas desconocidas y muestras pequeñas $n_1 + n_2 \leq 30$ y varianzas $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ desconocidas pero iguales

Contraste bilateral: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Muestras: $\bar{x} \sim t_{n_1-1}\left(\mu_1, \dfrac{s_1}{\sqrt{n_1}}\right)$ e $\bar{y} \sim t_{n_2-1}\left(\mu_2, \dfrac{s_2}{\sqrt{n_2}}\right)$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\rightarrow\; H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \;\rightarrow\; (\bar{x}-\bar{y}) \sim t_{n_1+n_2-2}\left(0, s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right)$$

$s_p^2 \equiv$ media ponderada de las cuasivarianzas muestrales:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)\,s_1^2 + (n_2-1)\,s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{x}-\bar{y}|}{s_p \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} \leq t_{\alpha/2,\,(n_1+n_2-2)} \quad \rightarrow$

$$\rightarrow\; I_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\underbrace{(\bar{x} - \bar{y})}_{\text{diferencia media muestral}} \pm \overbrace{t_{\alpha/2,\,(n_1+n_2-2)} \cdot s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

Cuando el intervalo cubre el cero no existe diferencia entre las medias poblacionales.

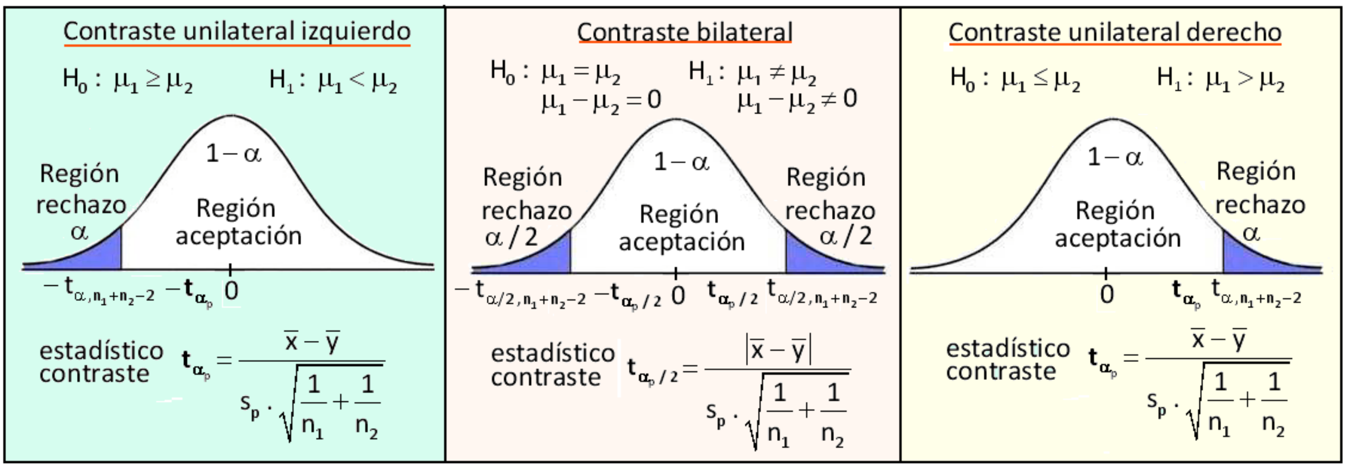
Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \quad H_1: \mu_1 > \mu_2$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{s_p \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} \leq t_{\alpha,\,(n_1+n_2-2)}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 < \mu_2$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{s_p \cdot \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} \geq -\, t_{\alpha,\,(n_1 + n_2 - 2)}$

Contraste para la diferencia de medias de dos distribuciones normales $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ con varianzas poblacionales desconocidas pero iguales $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, y muestras pequeñas $n_1 + n_2 \leq 30$



🕮 Contraste de igualdad de medias de dos poblaciones normales de varianzas desconocidas y muestras pequeñas $n_1 + n_2 \leq 30$ y varianzas $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ desconocidas y distintas

Contraste bilateral: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \qquad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Muestras:

$$\bar{x} \sim t_{n_1 - 1}\left(\mu_1, \frac{s_1}{\sqrt{n_1}}\right) \text{ e } \bar{y} \sim t_{n_2 - 1}\left(\mu_2, \frac{s_2}{\sqrt{n_2}}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow (\bar{x} - \bar{y}) \sim t_f\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

f es la aproximación de Welch: $\quad f = \dfrac{\left[\dfrac{s_1^2}{n_1 - 1} + \dfrac{s_2^2}{n_2 - 1}\right]^2}{\dfrac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 + 1} + \dfrac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 + 1}} - 2$

$$H_0:\ \mu_1=\mu_2 \quad \mapsto \quad H_0:\ \mu_1-\mu_2=0 \quad \to \quad (\overline{x}-\overline{y}) \sim t_f\left(0\,,\ \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

Se acepta H_0 sí $\mathbf{t}_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\,\overline{\mathbf{x}}-\overline{\mathbf{y}}\,|}{\sqrt{\dfrac{\mathbf{s}_1^2}{\mathbf{n}_1}+\dfrac{\mathbf{s}_2^2}{\mathbf{n}_2}}} \leq \mathbf{t}_{\alpha/2\,,\,f}$

Intervalo confianza: $I_{1-\alpha}(\mu_1-\mu_2)=\left[\overbrace{(\overline{x}-\overline{y})}^{\substack{\text{diferencia}\\ \text{media muestral}}} \pm \overbrace{t_{\alpha/2\,,\,f}\cdot\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}^{\substack{\text{error}\\ \text{estimación}}}\right]$

Cuando el intervalo cubre el cero no existe diferencia entre las medias poblacionales.

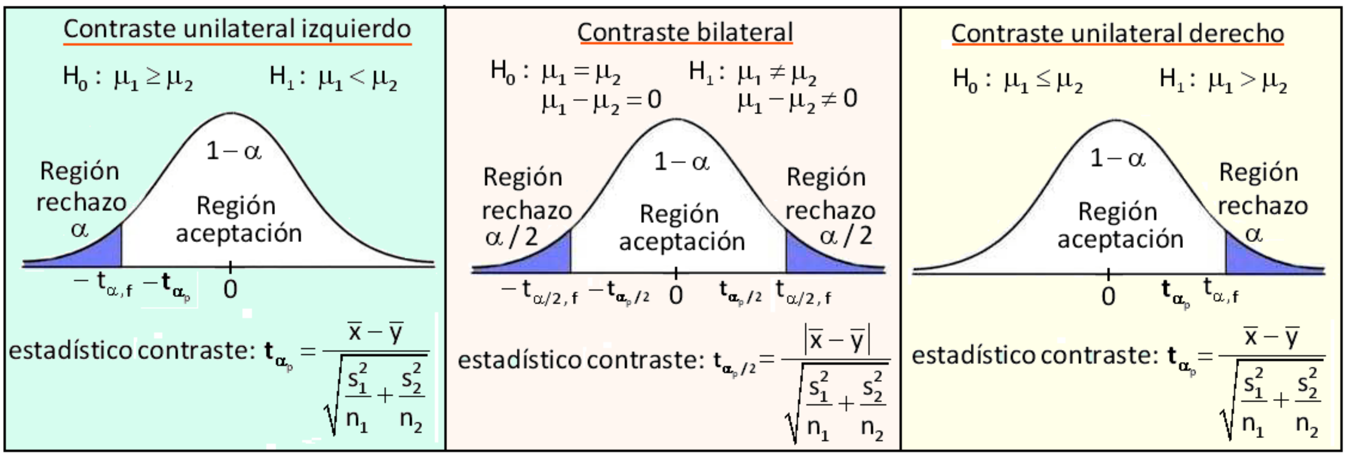
Contraste unilateral a la derecha: $H_0:\ \mu_1 \leq \mu_2 \qquad H_1:\ \mu_1 > \mu_2$

Se acepta H_0 sí $t_{\alpha_p} = \dfrac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}} \leq t_{\alpha\,,\,f}$

Contraste unilateral a la izquierda $H_0:\ \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1:\ \mu_1 < \mu_2$

Se acepta H_0 sí $t_{\alpha_p} = \dfrac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}} \geq -t_{\alpha\,,\,f}$

Contraste para la diferencia de medias de dos distribuciones normales $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ con varianzas poblacionales desconocidas y distintas $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, y muestras pequeñas $n_1 + n_2 \leq 30$



🕮 Contraste para la igualdad de parámetros de dos distribuciones binomiales $B_1(n_1, p_1)$ y $B_2(n_2, p_2)$

Contraste bilateral: $H_0: p_1 = p_2 \qquad H_1: p_1 \neq p_2$

Muestras: $\hat{p}_1 \sim \left(p_1, \sqrt{\dfrac{p_1 . q_1}{n_1}}\right) \quad \hat{p}_2 \sim \left(p_2, \sqrt{\dfrac{p_2 . q_2}{n_2}}\right)$

$$H_0: p_1 = p_2 \;\rightarrow\; H_0: p_1 - p_2 = 0 \;\rightarrow\; (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \sim N\left(0, \sqrt{\frac{p_1 . q_1}{n_1} + \frac{p_2 . q_2}{n_2}}\right)$$

Se acepta H₀ sí $z_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|}{\sqrt{\dfrac{p_1 . q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 . q_2}{n_2}}} \leq z_{\alpha/2}$

Intervalo confianza:

$$I_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[\overbrace{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}^{\text{diferencia proporción muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1 . q_1}{n_1} + \frac{p_2 . q_2}{n_2}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

Cuando el intervalo cubre el cero no existe diferencia entre los parámetros poblacionales.

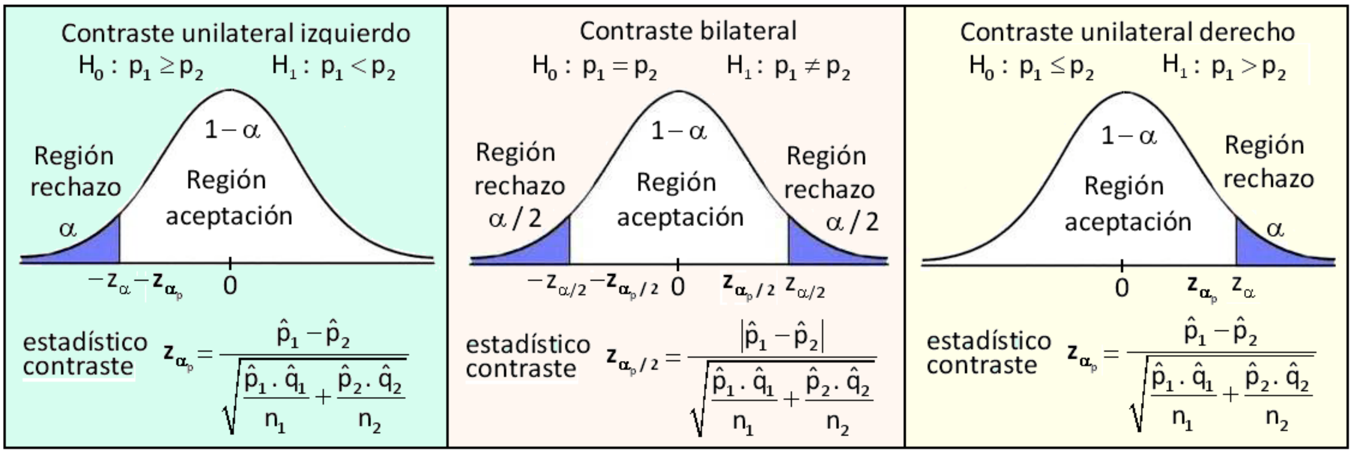
Contraste unilateral a la derecha: $H_0:\ p_1 \leq p_2 \qquad H_1:\ p_1 > p_2$

Se acepta H_0 sí $$z_{\alpha_p} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{p_1.q_1}{n_1} + \dfrac{p_2.q_2}{n_2}}} \leq z_\alpha$$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0:\ p_1 \geq p_2 \qquad H_1:\ p_1 < p_2$

Se acepta H_0 sí $$z_{\alpha_p} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{p_1.q_1}{n_1} + \dfrac{p_2.q_2}{n_2}}} \geq -z_\alpha$$

Contraste para la igualdad de proporciones de dos distribuciones binomiales $B_1(n_1, p_1)$ y $B_2(n_2, p_2)$ en muestras grandes



🕮 Contraste para la igualdad de varianzas de dos poblaciones normales $N(\mu_1, \sigma_1)$ y $N(\mu_2, \sigma_2)$

Contraste bilateral: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \qquad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Lema Fisher:

$$\chi^2_{n-1} = \frac{\text{varianza muestral}}{\text{varianza teórica}} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma^2/n} = \frac{s_x^2}{\sigma^2/(n-1)} \quad \rightarrow \quad \chi^2_{n-1} = \frac{(n-1)\, s_x^2}{\sigma^2}$$

F de Fisher-Snedecor: $F_{n_1, n_2} = \dfrac{\chi_1^2 / n_1}{\chi_2^2 / n_2}$

Fisher - Snedecor

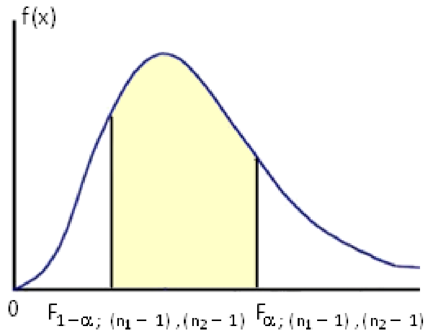
Tablas

$$F_{1-\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)} = \frac{1}{F_{\alpha;\,(n_2-1),(n_1-1)}}$$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{s_1^2}{s_2^2} \in \left[F_{1-\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)} \,,\, F_{\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)}\right]$

Intervalo confianza para la razón de varianzas:

$$I_{1-\alpha}\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = \left[\frac{s_1^2 / s_2^2}{F_{\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)}} \;;\; \frac{s_1^2 / s_2^2}{F_{1-\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)}}\right]$$



Cuando el intervalo cubre el uno no existe diferencia entre las varianzas poblacionales.

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2 \qquad H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{s_1^2}{s_2^2} \leq F_{\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \qquad H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Se acepta H_0 sí $\dfrac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{1-\alpha;\,(n_1-1),(n_2-1)}$

🕮 Contraste de igualdad de medias en el caso de datos apareados con muestras grandes $n > 30$

Contraste bilateral: $H_0: d = \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad H_1: d = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Muestras: $\bar{d} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overbrace{(x_i - y_i)}^{d_i} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i \qquad s_d^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2$

Se acepta H0 sí $z_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{d}|}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \leq z_{\alpha/2}$

$$z_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{d}|}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \leq z_{\alpha/2} \quad \Leftrightarrow \quad I_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\overbrace{\bar{d}}^{\text{diferencia media muestral}} \pm \overbrace{z_{\alpha/2}\,\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}}^{\text{error estimación}}\right]$$

Cuando el intervalo abarca el cero no existe diferencia en la diferencia de las medias apareadas (antes y después de un tratamiento).

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: d \leq 0 \Leftrightarrow \mu_1 \leq \mu_2 \qquad H_1: d > 0$

Se acepta H0 sí $z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{d}}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \leq z_{\alpha}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: d \geq 0 \Leftrightarrow \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1: d < 0$

Se acepta H0 sí $z_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{d}}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \geq -z_{\alpha}$

🕮 Contraste de igualdad de medias en el caso de datos apareados con muestras pequeñas $n \leq 30$

Contraste bilateral: $H_0: d = \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad H_1: d = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p/2} = \dfrac{|\bar{d}|}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \leq t_{\alpha/2,\,(n-1)}$

Intervalo confianza: $\quad I_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\overbrace{\bar{d}}^{\text{diferencia media muestral}} \pm \overbrace{t_{\alpha/2,\,(n-1)} \dfrac{s_d}{\sqrt{n}}}^{\text{error estimación}}\right]$

Cuando el intervalo abarca el cero no existe diferencia en la diferencia de las medias apareadas (antes y después de un tratamiento).

Contraste unilateral a la derecha: $H_0: d \leq 0 \Leftrightarrow \mu_1 \leq \mu_2 \qquad H_1: d > 0$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{d}}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \leq t_{\alpha,\,(n-1)}$

Contraste unilateral a la izquierda: $H_0: d \geq 0 \Leftrightarrow \mu_1 \geq \mu_2 \qquad H_1: d < 0$

Se acepta H_0 sí $\quad t_{\alpha_p} = \dfrac{\bar{d}}{\dfrac{s_d}{\sqrt{n}}} \geq -t_{\alpha,\,(n-1)}$

🕮 Contraste del coeficiente de correlación de una variable aleatoria que se distribuye normalmente.

Contraste bilateral: $H_0: \rho = \rho_0 \qquad H_1: \rho \neq \rho_0$

Se acepta H_0 sí $t_{\alpha_p/2} = \dfrac{r - \rho_0}{\sqrt{\dfrac{1-r^2}{n-2}}} \leq t_{\alpha/2,\,(n-1)}$

Sí se establece: $H_0: \rho = 0 \qquad H_1: \rho \neq 0$ variables incorreladas

Se acepta H_0 sí $t_{\alpha_p/2} = \dfrac{r}{\sqrt{\dfrac{1-r^2}{n-2}}} \leq t_{\alpha/2,\,(n-1)}$

Al rechazar la hipótesis nula se concluye que la correlación muestral es significativa y las variables tienen un estrecho grado de predicción

Muestra:

El error estándar de la regresión $\mathbf{s_{YX}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - a\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i}{n-2}}$ mide

El grado de dispersión de la recta de regresión $y = a + bx$

La dispersión de la recta de regresión también se mide con la desviación estándar de la variable dependiente $\mathbf{s_Y}$, aunque es más preciso utilizar el error estándar de la regresión $\mathbf{s_{YX}}$

$$\mathbf{s_{YX}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n-1}}$$

Con la condición de que las variables en estudio sigan una ley normal, se puede generalizar el concepto muestral y hacer inferencias:

♦ Intervalo de confianza para un valor promedio de la variable dependiente Y:

$$\mu_{YX} \in \left(\hat{y} \pm t_{\alpha/2,\,(n-2)} \cdot s_{\hat{y}} \right)$$

Para un valor dado $x^{\bullet}$ se obtiene el valor $\hat{y} = a + b.x^{\bullet}$

$$\text{donde, } s_{\hat{y}} = s_{YX} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x^{\bullet} - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}}$$

♦ Intervalo de confianza para un valor cualquiera de la variable dependiente Y:

$$Y \in \left(\hat{y} \pm t_{\alpha/2,\,(n-2)} \cdot s_{\hat{y}} \right)$$

$$\text{donde, } s_{\hat{y}} = s_{YX} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x^{\bullet} - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}}$$

Los paquetes de software estadístico denotan al p – valor por sig (bilateral). Conocido el p – valor, el usuario toma la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula.

SPSS siempre calcula el p-valor para el contraste bilateral, en caso de realizar un contraste unilateral hay que dividir entre 2 el valor calculado por SPSS.