SERIES TEMPORALES

Una serie temporal o cronológica es una sucesión de observaciones de una variable tomadas en el transcurso del tiempo, de manera que los valores que toma la variable aparecen ordenados en el tiempo.

Toda serie temporal refleja el comportamiento de una variable en el tiempo. Idealmente, suponemos que las observaciones se toman en intervalos regulares de tiempo y que no faltan observaciones intermedias.

La Teoría de Series Temporales es un tema complejo, pudiendo diferenciar dos grandes grupos de magnitudes: *magnitudes stock* y *magnitudes flujo*. En cualquier caso, el intervalo de tiempo entre dos observaciones contiguas ha de ser constante.

- **Magnitudes stock** son aquellas que toman valores concretos en momentos concretos del tiempo. En esta línea, la serie temporal se puede considerar como los valores medios en determinados momentos de una variable que es continua en el tiempo (cantidad de dinero existente en un país).
- **Magnitudes flujo** son aquellas que representan el total acumulado de una variable desde la observación anterior (el consumo de una familia en un determinado período).

La diferencia fundamental entre ***magnitudes stock*** y ***magnitudes flujo*** es que el valor de un flujo dependerá del intervalo de tiempo que consideremos entre dos observaciones, decisión que en un principio no tiene por qué afectar a los valores de una magnitud stock.

La forma más sencilla de iniciar el análisis de una serie temporal es mediante su representación gráfica. Para ello, en un sistema cartesiano, los valores de la serie Y_t se representan en el eje de ordenadas y los periodos de tiempo en el eje de abscisas. Mediante este tipo de representación se pueden detectar las características más sobresalientes de la serie, tales como el movimiento a largo plazo, la amplitud de las oscilaciones, la posible existencia de ciclos, los puntos de ruptura, la presencia de valores atípicos o anómalos, etc. Posteriormente, es conveniente recurrir a otras técnicas que superen el mero análisis gráfico.

El objetivo del análisis de series temporales es doble. Por un lado, se busca explicar las variaciones observadas en la serie en el pasado, tratando de determinar si responden a un determinado patrón de comportamiento. De otra parte, si se consigue definir ese patrón o modelo, se intentará predecir el comportamiento futuro de la misma. Para alcanzar este doble objetivo se utiliza una metodología bastante consolidada, según la cual se admite que la serie temporal es una función del tiempo. Bajo este esquema, la serie seria una variable dependiente y el tiempo una variable independiente o explicativa. Dejando muy claro que el tiempo, en sí, no es una variable explicativa, sino simplemente un 'soporte' o escenario en el que se realiza o tiene lugar una serie temporal. A esta forma de abordar el estudio de una serie temporal se le conoce como enfoque clásico, frente al causal, según el cual, cualquier serie temporal, como variable que es, puede ser explicada por otra u otras series.

Desde este punto de vista, cualquier serie temporal se supone que es el resultado de cuatro componentes: tendencia (T), variaciones estacionales (VE), variaciones cíclicas (C) y variaciones residuales o accidentales (A).

Esta descomposición de la serie no deja de ser un procedimiento diseñado para que el estudio de la misma resulte más fácil, pues esas componentes, no siempre existen. Así cuando se trabaja con datos anuales la serie no puede presentar estacionalidad. A su vez las variaciones cíclicas son una componente ligada especialmente a las variables de tipo económico, pero que en variables de otra naturaleza puede que no esté presente.

COMPONENTES DE UNA SERIE TEMPORAL

El análisis clásico de series temporales considera que una serie temporal queda formada por cuatro componentes:

- TENDENCIA (T): Movimiento regular de la serie, a largo plazo.
- VARIACIONES ESTACIONALES (E): Oscilaciones a corto plazo del período regular, de duración menor o igual a un año.
- VARIACIONES CÍCLICAS (C): Movimientos a medio plazo (superior a un año) en torno a la tendencia cuyo período y amplitud pueden presentar cierta regularidad.
- VARIACIONES IRREGULARES ó ACCIDENTALES (A): Son fluctuaciones producidas por factores eventuales, esporádicos e imprevisibles, que no muestran una periodicidad reconocible.

Los esquemas más utilizados son: el **Aditivo** ($Y_{it} = T_{it} + E_{it} + C_{it} + A_{it}$) y el **Multiplicativo**
($Y_{it} = T_{it} . E_{it} . C_{it} . A_{it}$).

Para seleccionar el tipo de esquema más adecuado, se pueden elegir varios métodos: gráfico, gráfico media-desviación típica, análisis de la variabilidad de las diferencias, etc. Generalmente, en Economía se utiliza más el método multiplicativo.

Debido a su sencillez, estos dos esquemas son los más admitidos, aunque ello no significa que los fenómeno que se analizan tengan que adaptarse forzosamente a ellos. Sin embargo, los métodos que se han construido para analizar las series temporales están basados en algunos de los dos esquemas. Como paso previo al estudio de una serie temporal hay que verificar qué tipo de esquema (multiplicativo, aditivo) se adapta mejor al fenómeno que se desea analizar.

Entendiendo por ***series estacionarias*** aquellas cuya tendencia es constante a lo largo del tiempo y que no presentan movimiento estacional, pero sí ciclos y variaciones accidentales, se observa que en las ***series temporales no estacionarias*** parece más lógico que la relación entre dos observaciones, para cualquier período, sea más homogénea en términos relativos que en absolutos.
En este sentido, parece *más* ***lógico el esquema multiplicativo que el aditivo***.

🕮 Para seleccionar que tipo de esquema se adapta mejor al fenómeno a analizar, basándonos solamente en el comportamiento de la componente estacional, puede utilizarse como guía el siguiente criterio:

«Sea una serie temporal de varios años con observaciones mensuales (un procedimiento análogo se tendría si las observaciones fueran trimestrales, cuatrimestrales, etc.).

Dentro de la serie cronológica consideramos dos años consecutivos (k y k+1), donde $Y_{1,k}, Y_{2,k} \cdots , Y_{12,k}$ son los valores mensuales para el año k, e $Y_{1,k+1}, Y_{2,k+1} \cdots , Y_{12,k+1}$ son los valores mensuales para el año (k+1).

Se calculan las diferencias $d_i = Y_{i,k+1} - Y_{i,k}$ y los cocientes $c_i = \dfrac{Y_{i,k+1}}{Y_{i,k}}$ $(i = 1, 2, \cdots, 12)$ obteniendo, de este modo, dos distribuciones: $\{d_1, d_2, \cdots, d_{12}\}$ y $\{c_1, c_2, \cdots, c_{12}\}$.

Se compara, en términos absolutos, el coeficiente de variación de Pearson para las dos distribuciones

$$CV_d = \frac{\sigma_d}{\bar{d}}\ ,\ CV_c = \frac{\sigma_c}{\bar{c}} : \begin{cases} CV_d < CV_c & \mapsto \text{ La distribución } \{d_1, d_2, \cdots, d_{12}\} \text{ es más homogéna} \\ CV_d > CV_c & \mapsto \text{ La distribución } \{c_1, c_2, \cdots, c_{12}\} \text{ es más homogéna} \end{cases}$$

Para que el criterio tuviera una base más sólida, habría que tomar los valores de todos los períodos que forman la serie temporal. Señalar que, el criterio expuesto solo analiza si la componente estacional está integrada de forma aditiva o multiplicativa, no estudia de que modo se relacionan las otras tres componentes.»

Generalmente, las series que se presentan en la práctica suelen ser multiplicativas.

COMPONENTE TENDENCIA

La determinación de la tendencia secular solamente se debe realizar cuando se disponga de una larga serie de observaciones, en otro caso podrían obtenerse conclusiones erróneas.
Los métodos más utilizados para aislar la tendencia secular son:

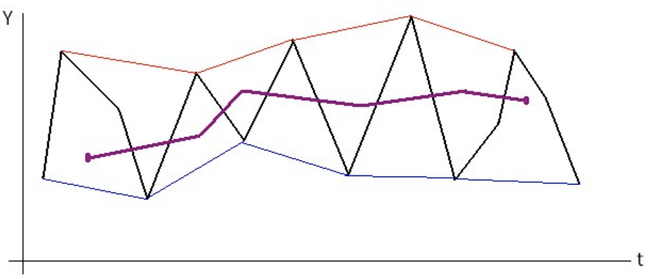
- Método gráfico.
- Método del ajuste analítico.
- Método de las medias móviles.

Para hacer predicciones se debe estimar la tendencia por el método de los mínimos cuadrados.

MÉTODO GRÁFICO

Se trata de un método muy sencillo, ya que permite obtener una línea de tendencia sin necesidad de realizar ningún cálculo.
El proceso consiste en la representación gráfica de la serie, uniendo mediante segmentos rectilíneos los puntos altos que presentan la serie, lo mismo se hace con los puntos bajos. De este modo, aparecen dos líneas: ***la poligonal de cimas*** y ***la poligonal de fondos***.

Se unen los puntos medios de los segmentos que separan ambas poligonales, obteniendo una línea mucho más suave que las dos anteriores que indica la dirección predominante, esto es, su *tendencia*.



El método gráfico presenta una falta de objetividad, aunque en algunos casos puede resultar útil para analizar una ligera aproximación.

MÉTODO DEL AJUSTE ANALÍTICO

Mediante el ajuste analítico se realiza un ajuste por regresión de los valores de la serie a una función del tiempo que sea sencilla, y que recoja de manera satisfactoria la marcha general del fenómeno representado por la serie temporal. Entre los ajustes:

- ***Tendencia lineal:*** Una línea de tendencia lineal es una línea recta $\mathbf{Z(t) = a + b\,t}$ que se ajusta correctamente a los datos. Una línea de tendencia lineal normalmente muestra que algo aumenta o disminuye a un ritmo constante.

- ***Tendencia logarítmica:*** Una línea de tendencia logarítmica $\mathbf{Z(t) = a + b\,Ln\,t}$ es una línea curva muy útil cuando el índice de cambios de los datos aumenta o disminuye rápidamente y, después, se estabiliza. En esta línea de tendencia logarítmica puede utilizarse valores positivos o negativos.

- ***Tendencia semilogarítmica:*** Es una variante de la tendencia logarítmica cuya ecuación es $\mathbf{Z(t) = Ln\,(a + bt)}$

- ***Tendencia polinómica:*** Una línea de tendencia polinómica $\mathbf{Z(t) = a + bt + ct^2 + \cdots + ct^n}$ es una línea curva que se utiliza cuando los datos fluctúan según la ecuación del polinomio. Es útil, por ejemplo, para analizar las pérdidas y ganancias de un conjunto de datos grande. El orden del polinomio se puede determinar mediante el número de fluctuaciones en los datos, o en función del número de máximos y mínimos que aparecen en la curva. Una línea de tendencia polinómica de orden 2 suele tener sólo un máximo o un mínimo. Una de orden tres normalmente tiene uno o dos máximos o mínimos. El orden cuatro tiene más de tres.

- ***Tendencia potencial:*** Una línea de potencia es una línea curva $\mathbf{Z(t) = a\,t^b}$ que se utiliza con conjunto de datos que comparan medidas que aumentan a un ritmo concreto; por ejemplo, la aceleración de un automóvil de carreras a intervalos de un segundo. No es posible crear una línea de tendencia de potencia si los datos contienen valores cero o negativos.

- ***Tendencia exponencial:*** Una línea de tendencia exponencial es una línea curva $\mathbf{Z(t) = a\,e^{b\,t}}$ que es muy útil cuando los valores de los datos aumentan o disminuyen a intervalos cada vez mayores. No es posible crear una línea de tendencia exponencial si los datos contienen valores cero o negativos.

- ***Tendencia de crecimiento:*** Una línea de tendencia de crecimiento es una línea curva $\mathbf{Z(t) = e^{a+b\,t}}$, siendo un caso particular de la tendencia exponencial.

- ***Tendencia compuesta:*** Es una línea curva $\mathbf{Z(t) = a\ b^t}$ que es una tendencia exponencial simple con base una constante t.

- ***Tendencia inversa o hiperbólica:*** Es una línea curva $\mathbf{Z(t) = a + \frac{b}{t}}$

- ***Tendencia en curva S:*** Se trata de una combinación de las tendencias exponencial e inversa. Su ecuación es $\mathbf{Z(t) = e^{\left(a + \frac{b}{t}\right)}}$

- ***Tendencia logística:*** Línea con ecuación $\mathbf{Z(t)} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{a} + \mathbf{b}\,\mathbf{c}^{\mathbf{t}}}$. El parámetro a suele ser la inversa del límite superior logístico.

En SPSS se elige el menú **Analizar/Regresión/Estimación curvilínea**, incluyendo como variable dependiente Z y como independiente t se elige *Mostrar tabla de ANOVA* , en el Visor de resultados se observan los coeficientes de cada una de las tendencias señaladas así como el coeficiente de correlación respectivo, de este modo es posible decantarse por el modelo adecuado.

MÉTODO DE LAS MEDIAS MÓVILES

Es un método mecánico mediante el que se sustituye la serie original por una serie *suavizada*, que se toma como *línea de tendencia*.

El método de las medias móviles no sirve para hacer predicciones, dado que solo proporciona el valor de la tendencia en el intervalo de tiempo para el que se disponen los datos de la serie (excepto los valores que se pierden al principio y al final de promediar), no para momentos futuros.

Dada una serie temporal Y_{it}, $t \equiv (t_1, t_2, \cdots, t_n)$, $i = 1, 2, \cdots, k$, el método para suavizar la serie y determinar la tendencia, consiste en promediar cada valor con algunas de las observaciones que le preceden y le siguen.

El método consiste en sustituir cada y_t por la media móvil $\overline{y}_t$, la longitud k de la media móvil viene determinada por el número de subperíodos (trimestres, cuatrimestres, semestres, etc.) considerados en el año, con lo que se eliminan las variaciones estacionales y accidentales (también se puede hacer con datos anuales para intentar eliminar el ciclo).

Se diferencian dos casos:

- **k es impar**, todos los subíndices de las medias móviles serán números enteros, y, en consecuencia, la serie de las medias móviles estará **centrada**, se **pierden** $(k-1)$ **datos**, la mitad al principio y la otra mitad al final. La línea de tendencia estará formada por la unión de los puntos $(t, \overline{y}_t)$.

- **K es par**, de manera que los subíndices no serán siempre enteros y, por tanto, la serie **no estará centrada**. En este caso, no es necesario centrarla, para lo que se calcula la media aritmética entre dos valores consecutivos de las medias móviles calculadas anteriormente, representándola por $\overline{\overline{y}}_t$, donde $t = \frac{k}{2}+1, \frac{k}{2}+2, \frac{k}{2}+3, \cdots$. **Se pierden k datos** y la línea de tendencia estará formada por lo puntos $(t, \overline{\overline{y}}_t)$.

Como ejemplo, sea la serie de la tabla adjunta, se calcula la serie de medias móviles tomando las observaciones de tres en tres:

t	Y_t	$\overline{Y}_t$
1	Y_1	
2	Y_2	$\overline{Y}_2$
3	Y_3	$\overline{Y}_3$
4	Y_4	$\overline{Y}_4$
5	Y_5	$\overline{Y}_5$
6	Y_6	$\overline{Y}_6$
7	Y_7	$\overline{Y}_7$
8	Y_8	$\overline{Y}_8$
9	Y_9	

La línea que une los puntos $(\overline{Y}_2\ ,\ \overline{Y}_3\ ,\ \cdots,\ \overline{Y}_8)$ se toma como *línea de tendencia*.

Se halla la media aritmética de los tres primeros valores de la Y $(Y_1\ ,Y_2\ ,Y_3)$, añadiendo el resultado al instante central de la columna de las Medias Móviles, con lo que tenemos: $\overline{Y}_2 = \dfrac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}$

A continuación, se calcula la media aritmética de $(Y_2\ ,Y_3\ ,Y_4)$, asignando el valor al tercer instante de la columna de las Medias Móviles, teniendo: $\overline{Y}_3 = \dfrac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3}$

De manera análoga, obtendríamos:

$$\overline{Y}_4 = \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5}{3} \qquad \overline{Y}_5 = \frac{Y_4 + Y_5 + Y_6}{3} \qquad \overline{Y}_6 = \frac{Y_5 + Y_6 + Y_7}{3} \qquad \overline{Y}_7 = \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{3} \qquad \overline{Y}_8 = \frac{Y_7 + Y_8 + Y_9}{3}$$

La línea que une los puntos $(\overline{Y}_2\ ,\ \overline{Y}_3\ ,\ \cdots,\ \overline{Y}_8)$ se toma como *línea de tendencia*.

Sobre la misma serie, las medias móviles con cuatro observaciones: $\overline{Y}_{2,5} = \dfrac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{4}$

Al asignar el resultado (2,5) al instante central, encontramos que no es ninguno de los considerados en la serie original. Procediendo de forma análoga con todos los posibles grupos de cuatro observaciones sucesivas, se obtendría:

$$\overline{Y}_{3,5} = \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5}{4} \qquad \overline{Y}_{4,5} = \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6}{4} \qquad \overline{Y}_{5,5} = \frac{Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7}{4}$$

$$\overline{Y}_{6,5} = \frac{Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8}{4} \qquad \overline{Y}_{7,5} = \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9}{4}$$

En este caso, se observa que la primera serie de medias móviles se encuentra descentrada, ya que sus valores no corresponden a los tiempos originales, sino a otros tiempos intermedios. En consecuencia, todavía no se puede hacer la sustitución de los datos originales por las medias móviles.

Para corregir la nueva serie de medias móviles descentrada, se calcula a partir de ella la media aritmética de cada dos valores sucesivos y se asigna este nuevo valor al instante central de los considerados, es decir:

t	Y_t	$\bar{Y}_t$	$\bar{\bar{Y}}_t$
1	Y_1		
2	Y_2	$\bar{Y}_{2,5}$	
3	Y_3	$\bar{Y}_{3,5}$	$\bar{\bar{Y}}_3$
4	Y_4	$\bar{Y}_{4,5}$	$\bar{\bar{Y}}_4$
5	Y_5	$\bar{Y}_{5,5}$	$\bar{\bar{Y}}_5$
6	Y_6	$\bar{Y}_{6,5}$	$\bar{\bar{Y}}_6$
7	Y_7	$\bar{Y}_{7,5}$	$\bar{\bar{Y}}_7$
8	Y_8		
9	Y_9		

La línea que une los puntos $(\bar{\bar{Y}}_3\ ,\ \bar{\bar{Y}}_4\ ,\ \cdots,\ \bar{\bar{Y}}_7)$ es la *línea de tendencia*.

$$\bar{\bar{Y}}_3 = \frac{\bar{Y}_{2,5} + \bar{Y}_{3,5}}{2} \qquad \bar{\bar{Y}}_4 = \frac{\bar{Y}_{3,5} + \bar{Y}_{4,5}}{2} \qquad \bar{\bar{Y}}_5 = \frac{\bar{Y}_{4,5} + \bar{Y}_{5,5}}{2}$$

$$\bar{\bar{Y}}_6 = \frac{\bar{Y}_{5,5} + \bar{Y}_{6,5}}{2} \qquad \bar{\bar{Y}}_7 = \frac{\bar{Y}_{6,5} + \bar{Y}_{7,5}}{2}$$

En general, cuando el número de observaciones que hay que promediar para calcular las primeras medias móviles es PAR, es necesario calcular medias móviles de tamaño dos para obtener una serie centrada.

Al aplicar el método de las medias móviles nos encontramos con el problema de determinar el número adecuado de valores que hay que promediar.

Como es evidente, cuanto mayor sea este número, mayor será el suavizado que se obtenga. Por otra parte, cuanto mayor sea el número de valores que se toman para promediar, mayor será la información que se pierde en la *línea de tendencia*.

En consecuencia, se debe de elegir un número equilibrado de valores para promediar, que por una parte, permita obtener el mayor suavizado posible y, por otra parte, no dar lugar a una pérdida excesiva de información.

Para determinar el número óptimo podemos adoptar el siguiente criterio:

- En una serie de datos anuales, el período para las medias móviles debe de ser el mismo que tengan las variaciones cíclicas, para eliminarlas al promediar.

- Si la serie de datos es mensual, lo normal es que la serie presente variaciones estacionales, en cuyo caso el número adecuado para promediar será 12, esto es, las observaciones que se tienen en un año.

- Cuando la serie es de datos trimestrales, lo normal es que se presenten variaciones estacionales de repetición anual, y el número idóneo para promediar será 4, que son los trimestres que tiene el año.

- Si los datos son cuatrimestrales o bimensuales, respectivamente, para promediar son toman 3 o 6 valores.

Señalar que, cuando se aplica el método de las medias móviles, quedan sin determinar algunos valores al principio y al final de la nueva serie.

El mayor inconveniente que presenta el método de las medias móviles es que no permite efectuar predicciones, puesto que con él no se obtiene la expresión de una fórmula matemática que facilite obtener el valor de la tendencia para un instante futuro.
Este motivo hace que el método se utilice poco para determinar la tendencia, aunque sí se utiliza en el cálculo de los índices de variación estacional (IVE).

Al aplicar el *método de las medias móviles*, en el esquema multiplicativo $Y_{it} = T_{it}.E_{it}.C_{it}.A_{it}$, lo que realmente *se obtiene es una aproximación de* $T_{it}.C_{it}$, quedando sin analizar las componentes estacional (E_{it}) y accidental (A_{it}).

Como el período considerado (un año) es pequeño, se puede suponer que la componente cíclica se encuentra incluida en la tendencia secular, puesto que en un período tan corto no da lugar a que se manifiesten las variaciones cíclicas.

Ejemplo Medias Móviles: En la tabla adjunta se reflejan la facturación cuatrimestral de una empresa. Se pide obtener la tendencia de su facturación por el método de las medias móviles.

Cuatrimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1520	1566	1605	1637	1688
Segundo	3813	3927	4084	4227	4397
Tercero	2500	2550	2627	2718	2773

Como el número de subperíodos es impar, k=3 cuatrimestres, todos los subíndices de las medias móviles serán números enteros y, en consecuencia, la serie de medias móviles será centrada, se pierden (3-1=2) datos, uno al principio y otro al final.

Cálculo de las medias móviles:

$$\frac{1520+3813+2500}{3} = 2611 \quad \textit{segundo cuatrimestre de 2006}$$

$$\frac{3813+2500+1566}{3} = 2626{,}33 \quad \textit{tercer cuatrimestre de 2006}$$

$$\frac{2500+1566+3927}{3} = 2664{,}33 \quad \textit{primer cuatrimestre de 2007}$$

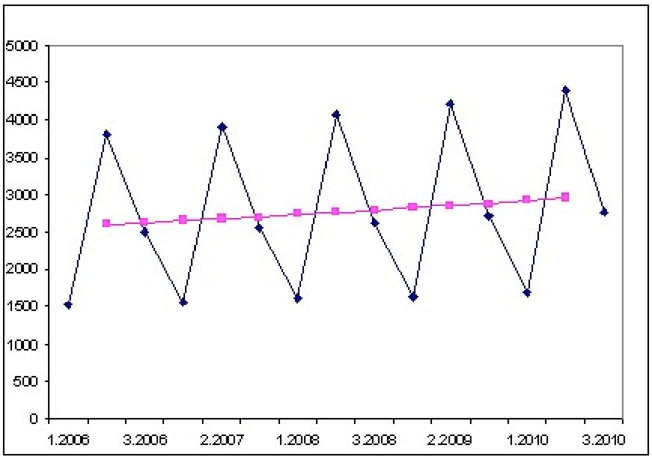
$$\frac{1566+3927+2550}{3} = 2681 \quad \textit{segundo cuatrimestre de 2007}$$

Análogamente, se obtienen las demás medias móviles:

Cuatrimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	----	2664,33	2746,33	2830,33	2934,33
Segundo	2611	2681	2772	2860,67	2952,67
Tercero	2626,33	2694	2782,67	2877,67	----

Al aplicar el *método de las medias móviles*, en el esquema multiplicativo $Y_{it} = T_{it} . E_{it} . C_{it} . A_{it}$, lo que realmente *se obtiene es una aproximación de* $T_{it} . C_{it}$, quedando sin analizar las componentes estacional (E_{it}) y accidental (A_{it}).

Se representan las series (datos observados y medias móviles. La línea que se obtiene al representar las medias móviles se toma como *línea de tendencia*.



ANÁLISIS DE LA TENDENCIA: MÉTODO ANALÍTICO MÍNIMOS CUADRADOS

Se expresa la tendencia mediante una función matemática, a partir de los valores de la variable dependiente **Y** en el tiempo **t**. Distinguiendo:

Θ Cuando se dispone de datos anuales, la tendencia anual de la serie se define como: $T_t = \hat{y}_t = a + bt$

Θ Cuando se dispone de datos mensuales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales, u otra periodicidad, se tienen datos de la forma:

Subperíodo i-ésimo \ Años	t_1	t_2	$\dots$	t_n
1	y_{1t_1}	y_{1t_2}	$\dots$	y_{1t_n}
2	y_{2t_1}	y_{2t_2}	$\dots$	y_{2t_n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	y_{kt_1}	y_{kt_2}	$\dots$	y_{kt_n}
	$\overline{y}_{\bullet t_1}$	$\overline{y}_{\bullet t_2}$		$\overline{y}_{\bullet t_n}$

En este caso, se siguen los pasos:

1) Se calculan las medias anuales (medias para cada año de k observaciones)

$$\overline{y}_{\bullet t} = \frac{\sum_{i=1}^{k} y_{it}}{k} \qquad t = (t_1, t_2, \cdots, t_n)$$

2) La tendencia media anual $\overline{T}_{\bullet t}$ se obtiene ajustando una recta de regresión a los años $(t_1, t_2, \cdots, t_n)$ y a las medias anuales $\overline{y}_{\bullet t}$, donde $t \equiv (t_1, t_2, \cdots, t_n)$, resulta:

$$\overline{T}_{\bullet t} = \hat{\overline{y}}_{\bullet t} = a + b.t \qquad \textit{tendencia media anual}$$

3) A partir de la tendencia media anual $\overline{T}_{\bullet t}$, se obtiene el valor de la tendencia para los distintos subperíodos, según la expresión general:

$$T_{it} = \overline{T}_{\bullet t} + \left[i - \frac{k+1}{2} \right] . \frac{b}{k} \qquad \textit{tendencia media anual para los subperíodos k-ésimos}$$

donde,

t ≡ Año
i ≡ Subperíodo donde se calcula la tendencia (trimestral i = 1, 2, 3, 4; anual i = 1, 2, ... , 12)
k ≡ Número total de subperíodos (datos mensuales k = 4, cuatrimestrales k = 3, anuales k = 12).
b ≡ Pendiente de la recta de regresión

NOTA: El incremento de un subperíodo al siguiente es (b/k)

$\left[i - \frac{k+1}{2} \right] \equiv$ Contador del número de subperíodos entre el momento central del año t y el punto central del subperíodo i dentro del año t.

COMPONENTE ESTACIONAL

Las componentes estacionales son movimientos periódicos que se repiten en intervalos cortos de tiempo, con duración constante o casi constante.

Generalmente nos referimos a variaciones estacionales de periodo anual con datos mensuales, trimestres o cuatrimestrales, si bien el período puede ser inferior al año.

El objetivo de determinar las componentes estacionales puede ser:

- Para conocerlas.
- Para eliminarlas, observando mejor la marcha general del fenómeno habiendo eliminando posibles influencias estacionales. Este proceso se conoce como DESESTACIONALIZACIÓN.

Como es lógico, antes de proceder a determinar las variaciones estacionales, debemos saber de que realmente existen. La representación gráfica de la serie puede ser una ayuda para el conocimiento de la naturaleza del fenómeno.

También es necesario observar si la variación estacional se explica mejor con un esquema aditivo o multiplicativo, puesto que los métodos que se utilizan en cada caso son distintos.
Existen bastantes métodos para determinar las variaciones estacionales de una serie temporal, aunque todos ellos parten de una idea base: *«Mediante la eliminación previa de otras componentes aíslan la componente estacional»*.

Generalmente, la mayoría de las series que se presentan se adaptan mejor al esquema multiplicativo; por tanto, se presentan dos métodos aplicables al esquema multiplicativo, indicando con brevedad las modificaciones pertinentes de los dos métodos para el esquema aditivo.

En el ESQUEMA MULTIPLICATIVO ($Y_{it} = T_{it} . E_{it} . C_{it} . A_{it}$), los dos métodos para obtener los **índices brutos de variación estacional** (IBVE), y a partir de ellos los **índices de variación estacional** (IVE) son:

- Método de la razón a la media móvil.
- Método de la razón a la tendencia.

En ambos métodos, y por idéntico motivo, los índices de variación estacional, en el esquema multiplicativo suman $(k.100)$ en porcentaje; mientras que en el esquema aditivo, la suma de los k índices de variación estacional debe ser cero.

MÉTODO DE LA RAZÓN A LA MEDIA MÓVIL.- Determina las variaciones estacionales a partir de la tendencia obtenida por el método de las medias móviles.
Para ello, se siguen las siguientes fases:

1. **Se determina la serie de las medias móviles:** En una serie temporal (con observaciones, mensuales, trimestrales, cuatrimestrales, etc) se aplica el método de las medias móviles de período anual para determinar la tendencia.

2. **Se elimina la tendencia y la componente cíclica:** La tendencia (T_{it}) y la componente cíclica (C_{it}) se eliminan dividiendo cada dato de la serie original por la correspondiente media móvil.

$$\frac{Y_{it}}{T_{it}.C_{it}} = \frac{T_{it}.E_{it}.C_{it}.A_{it}}{T_{it}.C_{it}} = E_{it}.A_{it} \quad \textit{quedan componentes estacional y accidental}$$

3. **Se elimina la componente accidental:** Se calculan los promedios (por meses, trimestres o cuatrimestres, según proceda), puesto que al promediar se reparte la influencia de dicha componente.
   Los promedios más utilizados en la aplicación del métodos son la media aritmética, media geométrica y mediana. Al eliminar la componente accidental se obtienen los ***índices brutos de variación estacional*** $IBVE_i$, $i=1,2,\cdots,k$

4. **Cálculo del Índice de Variación Estacional:** Una vez obtenidos los *índices brutos de variación estacional* se calculan los *índices de variación estacional* IVE (desviaciones estacionales), teniendo en cuenta que la suma de los k índices de variación estacional debe ser igual a k (k.100, en porcentaje). Se obtienen al calcular la media aritmética de los valores obtenidos en la fase anterior, expresando cada uno de ellos como porcentaje respecto a la media.
   Habrá tantos **Índices de Variación Estacional** (IVE) como momentos de observación anual; es decir, si las observaciones son mensuales habrá doce Índices, si son trimestrales cuatro Índices, si con cuatrimestrales tres Índices, etc.

🕮 En el ***Esquema es Aditivo*** ($Y_{it} = T_{it} + E_{it} + C_{it} + A_{it}$) se puede utilizar un método paralelo al de la razón a la media móvil, consistente en:

1. Se determina la tendencia aplicando el método de las medias móviles.

2. Las medias móviles son una aproximación de $(T_{it} + C_{it})$, pues el esquema aditivo es $Y_{it} = T_{it} + E_{it} + C_{it} + A_{it}$. Restando a los valores de la serie original los correspondientes valores de las medias móviles se obtendría $Y_{it} - (T_{it} + C_{it}) = E_{it} + A_{it}$.

3. Se elimina la componente accidental A_{it} promediando los datos obtenidos en el apartado 2º.

4. Se calcula la media aritmética de los valores obtenidos en el apartado 3º.

5. Se sustrae a cada valor obtenido en el apartado 3º la media aritmética obtenida en el apartado 4º, y éstas serían las llamadas *diferencias estacionales*.

De forma análoga se obtendría el método de la razón a la tendencia.

DESESTACIONALIZACIÓN

En algunas ocasiones interesa observar el comportamiento general de una serie cronológica sin tener en cuenta la componente estacional, este proceso recibe el nombre de *desestacionalización*.

En el esquema multiplicativo, la desestacionalización se obtiene dividiendo cada observación de la serie original por el correspondiente índice de variación estacional (se multiplica por 100 para expresarlo en %).

En el esquema aditivo, para desestacionalizar se resta a cada valor observado de la serie original la correspondiente diferencia estacional.

DETERMINACIÓN DE LAS VARIACIONES CÍCLICAS

Consisten en movimientos irregulares alrededor de la tendencia, cuyo período suele ser superior al año. Para su determinación en el esquema multiplicativo se procede del siguiente modo:

1. Se estima el valor teórico de tendencia T_{it} para cada momento de observación de la serie.

2. Se calculan los Índices de Variación Estacional E_{it}

3. Se desestacionaliza la serie original.

4. Se elimina la Tendencia, dividiendo cada valor de la serie desestacionalizada por el correspondiente valor teórico de tendencia obtenido en el 1º apartado.
   En definitiva, habiendo calculado los Índices de Variación Estacional E_{it}, se dividen los valores originales de la serie Y_{it} entre $T_{it}\,.E_{it}$:

$$\frac{Y_{it}}{T_{it}\,.E_{it}} = \frac{T_{it}\,.E_{it}\,.C_{it}\,.A_{it}}{T_{it}\,.E_{it}} = C_{it}\,.A_{it}$$

5. Una vez obtenida la serie sin tendencia y sin variaciones estacionales, se determina el período de los ciclos mediante el análisis armónico, que por ser una técnica demasiado compleja y sofisticada no se aborda en este momento.

EJERCICIOS RESUELTOS DE SERIES TEMPORALES

1. En la tabla adjunta se reflejan las ventas trimestrales de una empresa en millones de euros. Desestacionalizar la serie por el método de las medias móviles.

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	2	3	2	4	5
Segundo	2	4	4	5	6
Tercero	3	5	5	7	8
Cuarto	3	4	4	3	5

PRIMER PASO.- Para calcular la tendencia secular de la serie por el método de las medias móviles, se obtienen primero las medias móviles de tamaño 4 (período de las variaciones estacionales), que al ser un número par, serán descentradas y corresponderán a los períodos intermedios entre cada dos trimestres consecutivos.

Cálculo de las medias móviles:

$$\frac{2+2+3+3}{4}=2{,}5 \quad \textit{entre segundo y tercer trimestre de 2006}$$

$$\frac{2+3+3+3}{4}=2{,}75 \quad \textit{entre tercer y cuarto trimestre de 2006}$$

$$\frac{3+3+3+4}{4}=3{,}25 \quad \textit{entre cuarto trimestre de 2006 y primer trimestre de 2007}$$

$$\frac{3+3+4+5}{4}=3{,}75 \quad \textit{entre primer y segundo trimestre de 2007}$$

$$\frac{3+4+5+4}{4}=4 \quad \textit{entre segundo y tercer trimestre de 2007}$$

SERIE NO CENTRADA de las medias móviles

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero-Segundo	--	3,75	3,75	5	5,5
Segundo-Tercero	2,5	4	3,75	4,75	6
Tercero-Cuarto	2,75	3,75	4,25	5	--
Cuarto-Primero	3,25	3,75	4,5	5,25	--

Para centrar la serie hay que calcular la media aritmética de cada dos observaciones sucesivas, de este modo, las medias que irán apareciendo, respectivamente, serán:

$$\frac{2{,}5+2{,}75}{2}=2{,}625 \qquad \frac{2{,}75+3{,}25}{2}=3 \qquad \frac{3{,}25+3{,}75}{2}=3{,}5 \qquad \frac{3{,}75+4}{2}=3{,}875 \qquad \frac{4+3{,}75}{2}=3{,}875$$

$$\frac{3{,}75+3{,}75}{2}=3{,}75 \qquad \frac{3{,}75+3{,}75}{2}=3{,}75 \qquad \frac{3{,}75+3{,}75}{2}=3{,}75 \qquad \frac{3{,}75+4{,}25}{2}=4 \qquad \frac{4{,}25+4{,}5}{2}=4{,}375$$

$$\frac{4{,}5+5}{2}=4{,}75 \qquad \frac{5+4{,}75}{2}=4{,}875 \qquad \frac{4{,}75+5}{2}=4{,}875 \qquad \frac{5+5{,}25}{2}=5{,}125 \qquad \frac{5{,}25+5{,}5}{2}=5{,}375$$

$$\frac{5{,}5+6}{2}=5{,}75$$

SERIE CENTRADA por el método de las medias móviles

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	---	3,5	3,75	4,75	5,375
Segundo	---	3,875	3,75	4,875	5,75
Tercero	2,625	3,875	4	4,875	---
Cuarto	3	3,75	4,375	5,125	---

La línea que se obtiene al representar gráficamente la serie de la tabla $(t, \overline{\overline{y}}_{it})$ será la *línea de tendencia*, que comienza en el tercer trimestre de 2006 y finaliza en el segundo trimestre de 2010.

Al aplicar el *método de las medias móviles*, en el esquema multiplicativo $Y_{it} = T_{it}.E_{it}.C_{it}.A_{it}$, lo que realmente *se obtiene en la serie cronológica es una aproximación de* $T_{it}.C_{it}$, quedando sin analizar las componentes estacional (E_{it}) y accidental (A_{it}).

SEGUNDO PASO.- La tendencia y la componente cíclica se eliminarán dividiendo cada dato de la serie original por la correspondiente media móvil:

$$\frac{Y_{it}}{T_{it}.C_{it}} = \frac{T_{it}.E_{it}.C_{it}.A_{it}}{T_{it}.C_{it}} = E_{it}.A_{it} \quad \textit{quedando la componente estacional y accidental}$$

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	---	3/3,5	2/3,75	4/4,75	5/5,375
Segundo	---	4/3,875	4/3,75	5/4,875	6/5,75
Tercero	3/2,625	5/3,875	5/4	7/4,875	---
Cuarto	3/3	4/3,75	4/4,375	3/5,125	---

SERIE con las componentes estacional y accidental:

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	---	0,857	0,533	0,842	0,930
Segundo	---	1,032	1,067	1,026	1,043
Tercero	1,143	1,290	1,250	1,436	---
Cuarto	1	1,067	0,914	0,585	---

TERCER PASO.- Se elimina la componente accidental A_{it} con el cálculo de las medias aritméticas trimestrales, es decir, la media aritmética de cada fila de la tabla anterior (donde solo aparecía el producto de $E_{it}.A_{it}$):

$$\frac{0,857+0,533+0,842+0,930}{4} = 0,791 \qquad \frac{1,032+1,067+1,026+1,043}{4} = 1,042$$

$$\frac{1,143+1,290+1,250+1,436}{4} = 1,280 \qquad \frac{1+1,067+0,914+0,585}{4} = 0,892$$

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010	**IBVE**
Primero	---	0,857	0,533	0,842	0,930	0,791
Segundo	---	1,032	1,067	1,026	1,043	1,042
Tercero	1,143	1,290	1,250	1,436	---	1,280
Cuarto	1	1,067	0,914	0,585	---	0,892
						1,001

Se calcula la media aritmética de los cuatro valores obtenidos anteriormente $\frac{0,791+1,042+1,280+0,892}{4}=1,001$

CUARTO PASO.- Se calculan los Índices de Variación Estacional (IVE), expresando para ello cada uno de los valores anteriores en forma de porcentaje sobre la media anual, obteniendo:

Trimestres \ Años	**IVE** (%)
Primero	(0,791/1,001) . 100 = 79,01
Segundo	(1,042/1,001) . 100 = 104,10
Tercero	(1,280/1,001) . 100 = 127,87
Cuarto	(0,892/1,001) . 100= 89,11

Adviértase que los ***índices de variación estacional*** **(IVE)** suman $4.100=400$

Sobre un nivel medio de ventas, la influencia de la variación estacional produce:

1º Trimestre: (79,01 - 100 = - 20,99), un descenso de ventas del 20,99%
2º Trimestre: (104,10 - 100 = 4,10), un aumento de ventas del 4,10%
3º Trimestre: (127,87 - 100 = 27,87), un aumento de ventas del 27,87%
4º Trimestre: (89,11 - 100 = - 10,89), un descenso de ventas del 10,89%

DESESTACIONALIZACIÓN (aplicando el método a la razón a la media móvil).- El proceso consiste en dividir cada valor de la serie original por cada Índice de Variación Estacional correspondiente, esto es:

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	2/0,7902	3/0,7902	2/0,7902	4/0,7902	5/0,7902
Segundo	2/1,041	4/1,041	4/1,041	5/1,041	6/1,041
Tercero	3/1,2787	5/1,2787	5/1,2787	7/1,2787	8/1,2787
Cuarto	3/0,8911	4/0,8911	4/0,8911	3/0,8911	5/0,8911

La serie desestacionalizada, aplicando el método a la razón a la media móvil:

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	2,531	3,797	2,531	5,062	6,328
Segundo	1,921	3,842	3,842	4,803	5,764
Tercero	2,346	3,910	3,910	5,474	6,256
Cuarto	3,367	4,489	4,489	3,367	5,611

2. En la tabla adjunta se reflejan las ventas trimestrales de una empresa en millones de euros. Desestacionalizar la serie por el método analítico de los mínimos cuadrados.

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1	2	2	3	5
Segundo	2	3	4	4	7
Tercero	4	5	5	7	8
Cuarto	3	4	3	6	7

MÉTODO ANALÍTICO DE LA TENDENCIA (MÍNIMOS CUADRADOS)

PRIMER PASO.- Se calculan las medias anuales $\overline{y}_{\bullet t}$ (medias para cada año de k = 4 subperíodos)

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1	2	2	3	5
Segundo	2	3	4	4	7
Tercero	4	5	5	7	8
Cuarto	3	4	3	6	7
	$\overline{y}_{\bullet 2006}=2{,}5$	$\overline{y}_{\bullet 2007}=3{,}5$	$\overline{y}_{\bullet 2008}=3{,}5$	$\overline{y}_{\bullet 2009}=5$	$\overline{y}_{\bullet 2010}=6{,}75$

$$\overline{y}_{\bullet t}=\frac{\sum_{i=1}^{4} y_{it}}{4} \qquad t=(2006\,,2007\,,\,\cdots\,,2010) \quad \textit{medias anuales}$$

SEGUNDO PASO.- La *tendencia media anual* $\overline{T}_{\bullet t}$ se obtiene ajustando una recta de regresión a los años $(t_1\,,t_2\,,\,\cdots\,,t_n)$ y a las medias anuales $\overline{y}_{\bullet t}$, donde $t\equiv(t_1\,,t_2\,,\,\cdots\,,t_n)$: $\overline{T}_{\bullet t}=\hat{\overline{y}}_{\bullet t}=a+b.t$

$(t_{2006}\,,t_{2007}\,,\,\cdots\,,t_{2010})$	2006	2007	2008	2009	2010
$\overline{y}_{\bullet t}\equiv$ medias anuales	2,50	3,50	3,50	5,00	6,75

Por el método de los mínimos cuadrados, resulta: $a=-2003{,}75$ y $b=1$

con lo que, $\overline{T}_{\bullet t}=\hat{\overline{y}}_{\bullet t}=-2003{,}75+t \qquad t=(t_{2006}\,,t_{2007}\,,\,\cdots\,,t_{2010})$, resulta pues:

Tendencia media anual

$(t_{2006}\,,t_{2007}\,,\,\cdots\,,t_{2010})$	2006	2007	2008	2009	2010
$\overline{T}_{\bullet t}$	2,25	3,25	4,25	5,25	6,25

TERCER PASO.- A partir de la tendencia media anual $\overline{T}_{\bullet t}$ se obtiene el valor de la *tendencia para los distintos subperíodos*, según la expresión general:

$$T_{it}=\overline{T}_{\bullet t}+\left[i-\frac{k+1}{2}\right].\frac{b}{k} \qquad \textit{tendencia media anual para los subperíodos k-ésimos}$$

donde,

t ≡ Año (2006, 2007, ..., 2010)
i ≡ Subperíodo donde se calcula la tendencia (trimestral i = 1, 2, 3, 4)
k ≡ Número total de subperíodos (datos trimestrales k = 4)
b ≡ Pendiente de la recta de regresión = 1

SERIE DE LA TENDENCIA

(k = 4 trimestres)	i \ t	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1	1,875	2,875	3,875	4,875	5,875
Segundo	2	2,125	3,125	4,125	5,125	6,125
Tercero	3	2,375	3,375	4,375	5,375	6,375
Cuarto	4	2,625	3,625	4,625	5,625	6,625

Trimestre Primero 2006 : $T_{i2006} = 2{,}25 + \left[1 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 1{,}875$

Trimestre Segundo 2006 : $T_{i2006} = 2{,}25 + \left[2 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 2{,}125$

Trimestre Tercero 2006 : $T_{i2006} = 2{,}25 + \left[3 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 2{,}375$

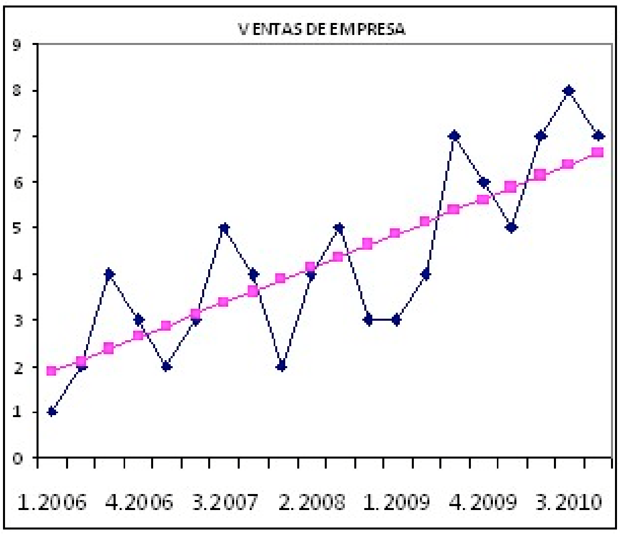
Trimestre Primero 2007 : $T_{i2007} = 3{,}25 + \left[1 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 2{,}875$

Trimestre Primero 2008 : $T_{i2008} = 4{,}25 + \left[1 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 3{,}875$

Trimestre Primero 2009 : $T_{i2009} = 4{,}25 + \left[1 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 4{,}875$

Trimestre Primero 2010 : $T_{i2010} = 5{,}25 + \left[1 - \dfrac{4+1}{2}\right] . \dfrac{1}{4} = 5{,}875$

Representación gráfica de la serie con los datos originales y la serie suavizada de tendencia



CUARTO PASO.- Para eliminar la tendencia y la componente cíclica se divide cada término de la serie original entre el correspondiente término de la serie teórica de tendencia.

SE ELIMINA LA TENDENCIA Y LA COMPONENTE CÍCLICA DE LA SERIE

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1/1,875	2/2,875	2/3,875	3/4,875	5/5,875
Segundo	2/2,125	3/3,125	4/4,125	4/5,125	7/6,125
Tercero	4/2,375	5/3,375	5/4,375	7/5,375	8/6,375
Cuarto	3/2,625	4/3,625	3/4,625	6/5,625	7/6,625

Señalar que, en el esquema multiplicativo, al aplicar el método de los mínimos cuadrados, lo que se obtiene es una aproximación de , ya que en el período que se considera (un año) es suficientemente pequeño, pudiendo suponer que la componente cíclica está incluida en la tendencia secular, puesto que en un período tan corto no da lugar a que se manifiestes plenamente las variaciones cíclicas.

Serie con COMPONENTES ESTACIONAL y ACCIDENTAL

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	0,533	0,696	0,516	0,615	0,851
Segundo	0,941	0,960	0,970	0,780	1,143
Tercero	1,684	1,481	1,143	1,302	1,255
Cuarto	1,143	1,103	0,649	1,067	1,057

QUINTO PASO.- Para eliminar la componente accidental, se calculan para cada trimestre la media aritmética de los valores obtenidos por trimestres (filas) en la serie anterior con las componentes estacional y accidental.

$$\frac{0{,}533+0{,}696+0{,}516+0{,}615+0{,}851}{5}=0{,}642 \qquad \frac{0{,}941+0{,}96+0{,}97+0{,}78+1{,}143}{5}=0{,}959$$

$$\frac{1{,}684+1{,}481+1{,}143+1{,}302+1{,}255}{5}=1{,}373 \qquad \frac{1{,}143+1{,}103+0{,}649+1{,}067+1{,}057}{5}=1{,}004$$

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010	**IBVE**
Primero	0,533	0,696	0,516	0,615	0,851	0,642
Segundo	0,941	0,960	0,970	0,780	1,143	0,959
Tercero	1,684	1,481	1,143	1,302	1,255	1,373
Cuarto	1,143	1,103	0,649	1,067	1,057	1,004
						0,994

El promedio anual de las cuatro medias aritméticas: $\frac{0{,}642+0{,}959+1{,}373+1{,}004}{4}=0{,}994$

SEXTO PASO.- Se calculan los Índices de Variación Estacional, expresando para ello cada uno de las valores obtenidos (medias aritméticas por trimestres) en forma de porcentaje sobre la media anual, obteniendo:

Trimestres \ Años	**IBVE**	**IVE** (%)
Primero	0,642	(0,642/0,944).100 = 64,59
Segundo	0,959	(0,959/0,944).100 = 96,48
Tercero	1,373	(1,373/0,944).100 = 138,13
Cuarto	1,004	(1,004/0,944).100 = 101,01

En definitiva, sobre un nivel medio de ventas, la influencia de la variación estacional produce:

1º Trimestre: (64,59 - 100 = -35,41) → un descenso de ventas del 35,41%
2º Trimestre: (96,48 - 100 = -3,52) → un descenso de ventas del 3,42%
3º Trimestre: (138,13 - 100 = 38,13) → un aumento de ventas del 38,13%
4º Trimestre: (101,01 - 100 = 1,01) → un aumento de ventas del 1,01%

DESESTACIONALIZACIÓN (aplicando el método a la razón a la tendencia).- El proceso consiste en dividir cada valor de la serie original por cada Índice de Variación Estacional correspondiente:

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1/0,6459	2/0,6459	2/0,6459	3/0,6459	5/0,6459
Segundo	2/0,9648	3/0,9648	4/0,9648	4//0,9648	7/0,9648
Tercero	4/1,3813	5/1,3813	5/1,3813	7/1,3813	8/1,3813
Cuarto	3/1,0101	4/1,0101	3/1,0101	6/1,0101	7/1,0101

SERIE DESESTACIONALIZADA, aplicando el método a la razón a la tendencia

Trimestres \ Años	2006	2007	2008	2009	2010
Primero	1,548	3,096	3,096	4,645	7,741
Segundo	2,073	3,109	4,146	4,146	7,255
Tercero	2,896	3,620	3,620	5,068	5,792
Cuarto	2,970	3,960	2,970	5,940	6,930

3. En la tabla adjunta se expone la serie mensual del Índice de Producción Industrial (IPI), base 2000, en el período 2003-2010.

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	91,1	104,2	102,7	105,7	110,5	112,9	118,5	124,2
Febrero	95,2	101,5	102,4	102,1	114,2	113,9	125,2	120,9
Marzo	103,5	113,9	106,4	106,3	121,3	123,7	136,3	131,4
Abril	97	97,4	98,3	115,8	112,4	114,9	114,8	114,4
Mayo	102,1	112	108,4	111,6	117,8	121,5	133,1	131,9
Junio	105,5	112,7	106,2	114,3	123,8	126,1	132,7	129,4
Julio	102,7	106,2	110,4	119,5	126,5	128,3	128,5	128
Agosto	64,2	67,4	66,4	71,7	76,5	81,1	86,9	89,7
Septiembre	104,9	105,6	104,8	115,8	120	125	125,1	121,5
Octubre	104,4	108,1	114,8	125	123,7	123,4	126,8	130,6
Noviembre	109,2	110,4	108,5	115,5	122	128,4	133,3	127
Diciembre	99,9	95,2	96,8	106,9	112	118	112,3	107,4

(a) Obtener la tendencia por el método analítico y representar ambas series.
(b) Obtener la tendencia por el método de las medias móviles y representar ambas series.

a) TENDENCIA POR EL MÉTODO ANALÍTICO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

1º. Se calculan las medias anuales: $\overline{y}_{\bullet t} = \dfrac{\sum_{i=1}^{12} y_{it}}{12} \quad t = (2003\,,2004\,,\,\cdots\,,2010)$ *medias anuales*

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	91,1	104,2	102,7	105,7	110,5	112,9	118,5	124,2
Febrero	95,2	101,5	102,4	102,1	114,2	113,9	125,2	120,9
Marzo	103,5	113,9	106,4	106,3	121,3	123,7	136,3	131,4
Abril	97	97,4	98,3	115,8	112,4	114,9	114,8	114,4
Mayo	102,1	112	108,4	111,6	117,8	121,5	133,1	131,9
Junio	105,5	112,7	106,2	114,3	123,8	126,1	132,7	129,4
Julio	102,7	106,2	110,4	119,5	126,5	128,3	128,5	128
Agosto	64,2	67,4	66,4	71,7	76,5	81,1	86,9	89,7
Septiembre	104,9	105,6	104,8	115,8	120	125	125,1	121,5
Octubre	104,4	108,1	114,8	125	123,7	123,4	126,8	130,6
Noviembre	109,2	110,4	108,5	115,5	122	128,4	133,3	127
Diciembre	99,9	95,2	96,8	106,9	112	118	112,3	107,4
$\overline{y}_{\bullet t}$	98,3083	102,8833	102,1750	109,1833	115,0583	118,1000	122,7917	121,3667

2º. La tendencia media anual se obtiene ajustando una recta de regresión (años, medias mensuales):

t = años	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
y = medias	98,3083	102,8833	102,1750	109,1833	115,0583	118,1000	122,7917	121,3667

Por el método de los mínimos cuadrados, resulta: $a = -7403{,}606$ y $b = 3{,}7452476$

con lo que, $\overline{T}_{\bullet t} = \hat{\overline{y}}_{\bullet t} = -7403{,}606 + 3{,}7452476\,.\,t \qquad t = (t_{2003}\,,t_{2004}\,,\,\cdots\,,t_{2010})$, resulta pues:

Años	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Tendencia	98,1249	101,8702	105,6154	109,3607	113,1059	116,8512	120,5964	124,3417

El ajuste es bastante bueno, el coeficiente de determinación: $R^2 = 0{,}9485$

3º. En la serie original, la tendencia por subperíodos:

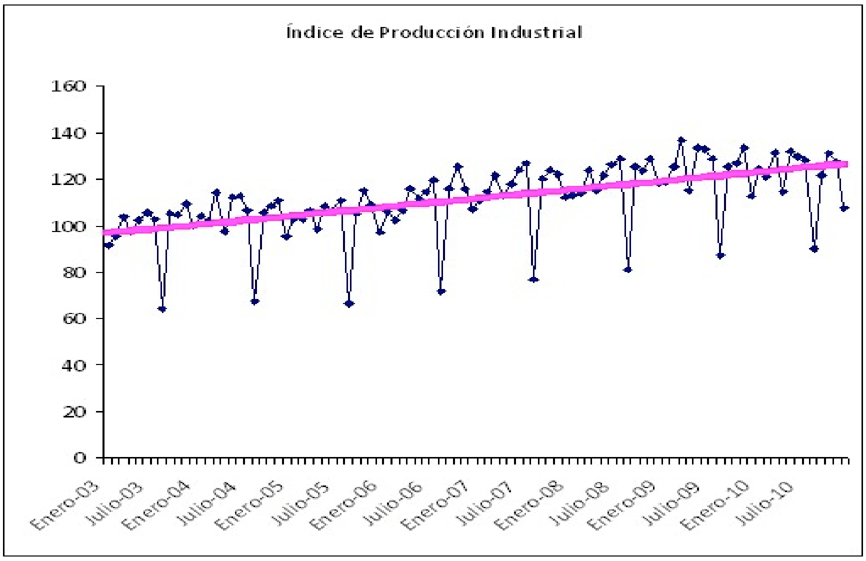
$$T_{it} = \overline{T}_{\bullet t} + \left[i - \frac{k+1}{2} \right] . \frac{b}{k}$$ *tendencia media anual para los subperíodos k-ésimos*

donde,

t ≡ Año (2003, 2004, ..., 2010)
i ≡ Subperíodo donde se calcula la tendencia (semestral i = 1, 2, ..., 12)
k ≡ Número total de subperíodos (datos semestrales k = 12)
b ≡ Pendiente de la recta de regresión = 3,7452476

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
1	96,4084	100,1536	103,8989	107,6441	111,3894	115,1346	118,8799	122,6251
2	96,7205	100,4657	104,2110	107,9562	111,7015	115,4467	119,1920	122,9372
3	97,0326	100,7778	104,5231	108,2683	112,0136	115,7588	119,5041	123,2493
4	97,3447	101,0899	104,8352	108,5804	112,3257	116,0709	119,8162	123,5614
5	97,6568	101,4020	105,1473	108,8925	112,6378	116,3830	120,1283	123,8735
6	97,9689	101,7141	105,4594	109,2046	112,9499	116,6951	120,4404	124,1856
7	98,2810	102,0262	105,7715	109,5167	113,2620	117,0072	120,7525	124,4977
8	98,5931	102,3383	106,0836	109,8288	113,5741	117,3193	121,0646	124,8098
9	98,9052	102,6505	106,3957	110,1409	113,8862	117,6314	121,3767	125,1219
10	99,2173	102,9626	106,7078	110,4530	114,1983	117,9435	121,6888	125,4340
11	99,5294	103,2747	107,0199	110,7652	114,5104	118,2556	122,0009	125,7461
12	99,8415	103,5868	107,3320	111,0773	114,8225	118,5678	122,3130	126,0582

La representación gráfica de las dos series (original, tendencia):



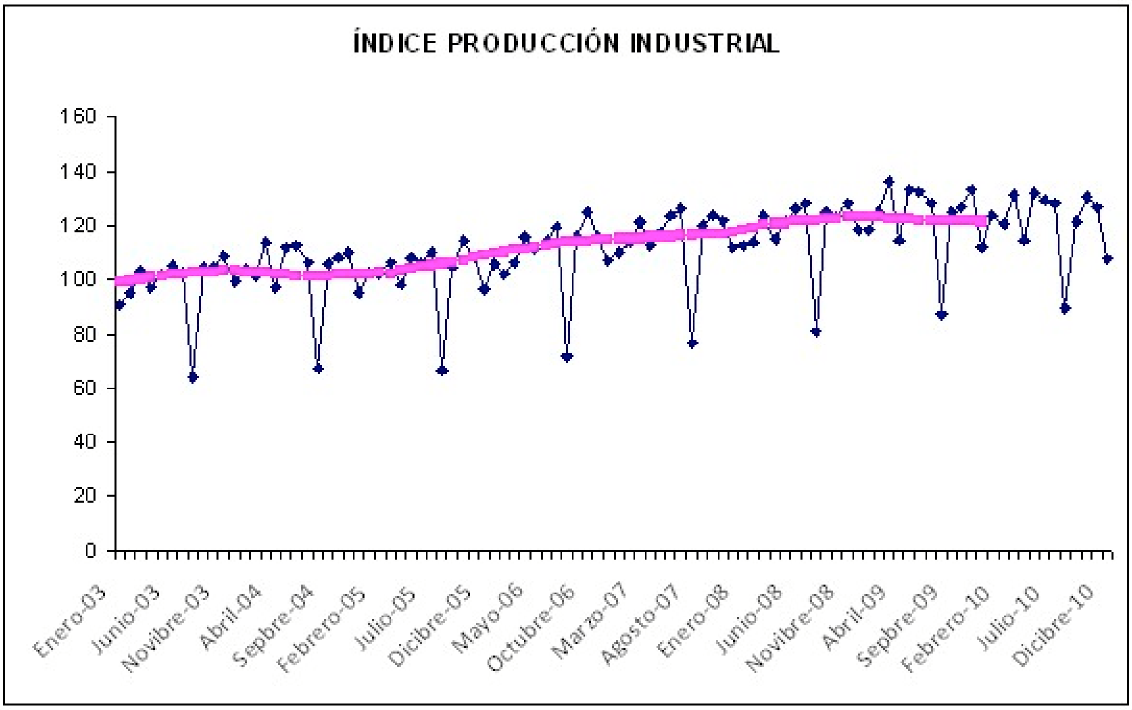
b) TENDENCIA POR EL MÉTODO DE LAS MEDIAS MÓVILES

Serie no centrada de medias móviles

meses	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
1 - 2	----------	102,5417	101,7917	105,5500	113,4500	116,2917	122,0833	122,0500
2 - 3	----------	102,8083	101,7083	105,9917	113,8500	116,6750	122,5667	122,2833
3 - 4	----------	102,8667	101,6417	106,9083	114,2000	117,0917	122,5750	121,9833
4 - 5	----------	103,1750	102,2000	107,7583	114,0917	117,0667	122,8583	122,3000
5 - 6	----------	103,2750	102,0417	108,3417	114,6333	117,6000	123,2667	121,7750
6 - 7	98,3083	102,8833	102,1750	109,1833	115,0583	118,1000	122,7917	121,3667
7 - 8	99,4000	102,7583	102,4250	109,5833	115,2583	118,5667	123,2667	----------
8 - 9	99,9250	102,8333	102,4000	110,5917	115,2333	119,5083	122,9083	----------
9 - 10	100,7917	102,2083	102,3917	111,8417	115,4333	120,5583	122,5000	----------
10 - 11	100,8250	102,2833	103,8500	111,5583	115,6417	120,5500	122,4667	----------
11 - 12	101,6500	101,9833	104,1167	112,0750	115,9500	121,5167	122,3667	----------
12 - 1	102,2500	101,4417	104,7917	112,8667	116,1417	122,0667	122,0917	----------

Serie centrada de medias móviles

meses	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
1	----------	102,3958	101,6167	105,1708	113,1583	116,2167	122,0750	122,0708
2	----------	102,6750	101,7500	105,7708	113,6500	116,4833	122,3250	122,1667
3	----------	102,8375	101,6750	106,4500	114,0250	116,8833	122,5708	122,1333
4	----------	103,0208	101,9208	107,3333	114,1458	117,0792	122,7167	122,1417
5	----------	103,2250	102,1208	108,0500	114,3625	117,3333	123,0625	122,0375
6	----------	103,0792	102,1083	108,7625	114,8458	117,8500	123,0292	121,5708
7	98,8542	102,8208	102,3000	109,3833	115,1583	118,3333	123,0292	----------
8	99,6625	102,7958	102,4125	110,0875	115,2458	119,0375	123,0875	----------
9	100,3583	102,5208	102,3958	111,2167	115,3333	120,0333	122,7042	----------
10	100,8083	102,2458	103,1208	111,7000	115,5375	120,5542	122,4833	----------
11	101,2375	102,1333	103,9833	111,8167	115,7958	121,0333	122,4167	----------
12	101,9500	101,7125	104,4542	112,4708	116,0458	121,7917	122,2292	----------



1. Señalar la afirmación correcta:

(a) Para efectuar predicciones de una serie temporal se debe estimar la tendencia por el método de las medias móviles.
(b) El componente estacional representa las oscilaciones que se producen con un período igual o inferior al año, y que se reproducen de forma reconocible en los diferentes años.
(c) El componente tendencial recoge movimientos que no muestran un carácter periódico reconocible, originados por fenómenos inusuales que afectan a la serie bajo estudio de una manera no permanente.

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**
- Para hacer predicciones de una serie temporal se debe estimar la tendencia por el método de los mínimos cuadrados, y no por el de las medias móviles.
- Es el componente accidental, y no el tendencial, el que recoge movimientos que no muestran un carácter periódico reconocible, originados por fenómenos inusuales que afectan a la serie en estudio de una manera no permanente.

2. Observando el incremento sistemático de las ventas de almendras en los últimos meses del año, la variación se debe:

(a) La componente estacional.
(b) La componente accidental.
(c) La componente tendencia.

Solución: La solución correcta es la opción **(a)** por definición.

3. Bajo el supuesto de esquema multiplicativo, los índices de variación estacional (IVE) de una serie de datos trimestrales suman:
(a) 0
(b) 300
(c) 400

Solución: La solución correcta es la opción **(c)**
Los índices de variación estacional (IVE), indican el porcentaje de aumento o disminución con respecto a la tendencia que se produce en los valores de la variable observada por el hecho de estar en determinada estación. Bajo la hipótesis multiplicativa (aditiva) la desestacionalización se obtiene dividiendo (restando) cada valor original por los índices de variación estacional (desviaciones estacionales).
En el esquema multiplicativo, las componentes estacional y accidental se obtienen dividiendo los valores originales por las estimaciones obtenidas al calcular la tendencia. En el esquema aditivo, no se divide sino que se resta.
La componente accidental se elimina mediante el promedio, para cada uno de los subperíodos, de los valores obtenidos en la operación anterior, obteniéndose los índices brutos de variación estacional (IBVE).
Una vez calculados los índices brutos de variación estacional, se calculan los índices de variación estacional (IVE). En el esquema multiplicativo, se tiene en cuenta que la suma de los k índices de

variación estacional debe de ser igual a k (k.100 en porcentaje). En el esquema aditivo, la suma de los k índices de variación estacional debe ser cero.

4. Señalar la afirmación falsa:
(a) Desestacionalizar una serie consiste en eliminar las variaciones estacionales.
(b) El método de las medias móviles se puede utilizar para efectuar predicciones.
(c) El componente tendencia representa el comportamiento a largo plazo de la serie.

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**, por definición.

5. Señalar la afirmación falsa:
(a) Si una serie temporal de datos trimestrales se dice que tiene estacionalidad estable en el tiempo, entonces el índice de variación estacional (IVE) de cada uno de los trimestres es constante en el tiempo.
(b) La suma de los k índices de variación estacional debe ser igual a (k.100) siempre y cuando la estacionalidad sea estable en el tiempo.
(c) Bajo el supuesto del esquema aditivo, las desviaciones estacionales (IVE) correspondientes a una serie de datos mensuales suman cero.

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**
- Una serie temporal tiene estacionalidad estable en el tiempo cuando la componente estacional no depende del año en que se observe.
- La suma de los k índices de variación estacional debe ser igual a (k.100) independientemente del tipo de estacionalidad que se presente (estable o variable).
- En el esquema aditivo, las desviaciones estacionales siempre suman cero, independientemente del tipo de datos analizados.

6. En el método de las medias móviles, el número de datos que se suele promediar es:
(a) seis, si los datos son mensuales, para eliminar así las variaciones residuales.
(b) cuatro, si los datos son trimestrales, para eliminar así las variaciones estacionales.
(c) tres, si los datos son cuatrimestrales, para eliminar así las variaciones residuales

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**
En el método de las medias móviles, el número de datos a promediar para eliminar la componente estacional cuando se dispone de datos k periódicos es k.

7. Señalar la afirmación falsa:
(a) Para seleccionar el esquema de interacción más adecuado entre las componentes de una serie temporal se puede utilizar el método gráfico media-desviación típica.
(b) Si se afirma que la tendencia media anual de una serie temporal se puede representar mediante un modelo lineal, la diferencia entre dos valores consecutivos de dicha tendencia es constante.
(c) El método de las medias móviles se utiliza para efectuar predicciones, pues vale tanto para determinar la tendencia de una serie como para calcular las variaciones estacionales.

Solución: La solución correcta es la opción **(c)**

- El método de las medias móviles no sirve para hacer predicciones, dado que solo proporciona el valor de la tendencia en el intervalo de tiempo para el que disponemos los datos de la serie (excepto los valores que se pierden al principio y al final de promediar), no para momentos futuros.

- Si la tendencia media anual de una serie temporal se puede representar mediante un modelo lineal

$\overline{T}_{\bullet t} = a + bt$, la diferencia entre dos valores consecutivos de la tendencia es:

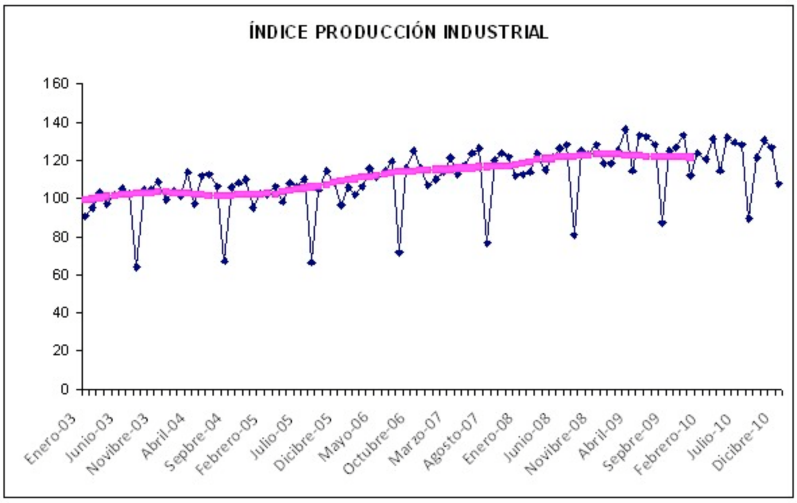
$$\overline{T}_{\bullet t+1} - \overline{T}_{\bullet t} = a + b.(t+1) - (a + b.t) = b \text{ que es constante}$$

8. En una serie de ventas cuatrimestrales, bajo el supuesto del esquema multiplicativo, y estacionalidad estable en el tiempo, con un efecto despreciable de las componentes cíclica y accidental, se conoce el valor de los índices de variación estacional de los dos primeros cuatrimestres (respectivamente, 105% y 87%). Señalar la afirmación falsa:

(a) El valor de las ventas en el segundo cuatrimestre es un 13% inferior al valor de la tendencia.
(b) El valor de las ventas en el tercer cuatrimestre es un 8% superior al valor de la tendencia.
(c) El valor de las ventas en el tercer cuatrimestre es un 5% inferior al valor de la tendencia.

Solución: La solución correcta es la opción **(c)**
Como los índices de variación estacional de una serie de datos cuatrimestrales deben sumar (k.100), es decir, (3.100=300), los índices de variación estacional serán 105%, 87% y 108% (300-105-87) en el primero, segundo y tercer cuatrimestre, respectivamente.
Bajo los supuestos establecidos (esquema multiplicativo, estacionalidad estable en el tiempo, sin efecto de las componentes cíclica y accidental), las ventas $\text{Ventas}_{it} = T_{it}.\text{IVE}_i$ para (i=1, 2, 3) y $t=(t_1, t_2, ..., t_n)$, por lo que las ventas en el primer cuatrimestre son un 5% superiores al valor de la tendencia, en el segundo cuatrimestre un 13% inferiores a la misma, y en el tercer cuatrimestre un 8% superiores.

9. Al observar la serie mensual del Índice de Producción Industrial, base 2000, desde enero de 2003 hasta mayo de 2010. Se puede decir:



(a) La tendencia es decreciente en el tiempo.
(b) No se advierte ningún comportamiento estacional.
(c) La tendencia es creciente en el tiempo.

Solución: La solución correcta es la opción **(c)**
En el gráfico se observa que el movimiento a largo plazo de la serie es creciente, por lo que la tendencia que representa este movimiento, es creciente en el tiempo. Por otra parte, se observa un comportamiento claramente estacional; más concretamente, se debe a la incidencia de las vacaciones en el mes de agosto, con una reducción del IPI.

10. En la tabla se presenta una venta de ventas trimestrales. Señalar el valor de la tendencia, utilizando el método de las medias móviles, en el tercer trimestre del primer año.

Trimestre \ Año	1	2	3
1	110	111	112
2	100	98	102
3	105	106	108
4	95	96	98

(a) 102,5.
(b) 102,75
(c) 102,625

Solución: La solución correcta es la opción **(c)** 🕮 Ejercicio Excel
Como en la serie de datos cuatrimestrales hay un número par de observaciones por año, inicialmente hay que calcular las medias móviles no centradas y, posteriormente, proceder a calcular las medias móviles centradas.

Serie NO CENTRADA de medias móviles

Trimestre\ Año	1	2	3
1 - 2	---	102,5	104,5
2 -3	102,5	102,75	105
3 -4	102,75	103	---
4 -1	102,25	104	---

Serie CENTRADA de medias móviles

Trimestre\ Año	1	2	3
1	---	102,375	104,25
2	---	102,625	104,75
3	102,625	102,875	---
4	102,5	103,5	---

11. La serie refleja el número de parados (en miles en España por trimestre entre 1998 y 2000.

Trimestre \ Año	1998	1999	2000
1	3.442,4	3.172,5	2.760,8
2	3.364,9	3.070	2.550,7
3	3.325,8	3.035,5	2.548,5
4	3.392,7	2.963,4	2562

Suponiendo que la tendencia de la serie temporal pueda representarse mediante un modelo lineal, señalar la afirmación FALSA:

(a) La tendencia media anual del número de parados en el año t por el método analítico viene dada por $\overline{T}_{\bullet t} = 753.581{,}958 - 375{,}475\,.\,t$

(b) La tendencia en el cuatrimestre i-ésimo del número de parados en el año t viene dada por $T_{it} = \overline{T}_{\bullet t} - 93{,}869\,.\,(i - 2{,}5)$

(c) La tendencia en el cuatrimestre i-ésimo del número de parados en el año 1999 viene dada por $T_{it} = 2.631{,}958 - 93{,}869\,.\,(i - 2{,}5)$

Solución: La solución correcta es la opción **(c)** 🕮 Ejercicio Excel

Para realizar la línea de tendencia $\overline{T}_{\bullet t} = a + b\,.\,t$ por el método analítico, es necesario ajustar una recta de regresión a los años y las medias anuales $(t\,,\,\overline{y}_{\bullet t})$

Trimestre \ Año	1998	1999	2000
1	3442,40	3172,50	2760,80
2	3364,90	3070,00	2550,70
3	3325,80	3035,50	2548,50
4	3292,70	2963,40	2562,00
	3356,45	3060,35	2605,50

$\overline{T}_{\bullet t} = 753.581,958 - 375,475\,.\,t$

b = pendiente recta regresión = -375,475

La tendencia de cada cuatrimestre viene dada por la expresión $T_{it} = \overline{T}_{\bullet t} + \left[i - \frac{k+1}{2}\right].\frac{b}{k}$

En el cuarto cuatrimestre $(k=4)$: $T_{it} = \overline{T}_{\bullet t} - 93,869\,.\left[i - 2,5\right]$

En el año $t = 1999$: $T_{it} = (753.581,958 - 375,475\,.\,1999) - 93,869\,.\left[i-2,5\right] = 3007,433 - 93,869\,.\left[i-2,5\right]$

12. En un esquema aditivo para las ventas cuatrimestrales (en millones de euros) de una determinada empresa, se supone despreciable la componente cíclica, con una tendencia media anula lineal con pendiente 0,39. ¿Cuál serán las ventas previstas para el año 2010, sabiendo que en el primer cuatrimestre la tendencia es de 1,6 millones de euros?.

(a) 1.730 millones de euros.
(b) 5.190 millones de euros.
(c) 1,73 millones de euros.

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**

Si la pendiente de la tendencia media anual es 0,39, el incremento correspondiente a la tendencia cuatrimestral es $0,39/3 = 0,13$. Como conocemos la tendencia del primer cuatrimestre de 2010 $T_{1,2010} = 1,6$, se pueden calcular las tendencias de los cuatrimestres restantes:

$$\begin{cases} T_{2,2010} = T_{1,2010} + (0,39/3) = T_{1,2010} + 0,13 \\ T_{3,2010} = T_{2,2010} + (0,39/3) = T_{1,2010} + 0,26 \end{cases}$$

Por tanto, para el esquema aditivo, el valor previsto para las ventas totales en el año 2010, vendrá dado por la expresión:

$$\hat{Y}_{2010} = (T_{1,2010} + IVE_1) + (T_{1,2010} + 0,13 + IVE_2) + (T_{1,2010} + 0,26 + IVE_3) = 3.T_{1,2010} + 0,39 + (IVE_1 + IVE_2 + IVE_3)$$

por la propia construcción de los índices de variación estacional (desviaciones estacionales), la suma $(IVE_1 + IVE_2 + IVE_3 = 0)$, con lo que las ventas totales para 2010 serán:

$\hat{Y}_{2010} = 3.T_{1,2010} + 0,39 = 4,8 + 0,39 = 5,19$ millones de euros.

13. En los datos semestrales del número de viajeros que utilizaron el metro durante el período 2005-2009, se supone despreciable la componente cíclica y adecuado un esquema multiplicativo, en el que los índices brutos de variación estacional (expresados en porcentajes) del primer y segundo semestre vienen dados por las expresiones: $IBVE_1(t) = 1930,93 - 0,929\,.\,t$ e $IBVE_2(t) = -12572,52 + 6,367\,.\,t$, $\forall\, t$.
Si el valor de la tendencia en los dos semestres de 2010 es de 720.000 y 840.000, respectivamente, el número de viajeros de metro previstos aproximadamente para 2010 es:

(a) 1.928.428
(b) 1.627.116
(c) 1.862.540

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**

Sustituyendo en las expresiones de los índices brutos de variación estacional, se obtienen los correspondientes a los dos semestres de 2010: $\begin{cases} IBVE_1(2010) = 1930{,}93 - 0{,}929\,.\,2010 = 63{,}64\% \\ IBVE_2(2010) = -12572{,}52 + 6{,}367\,.\,2010 = 225{,}15\% \end{cases}$

Como $IBVE_1(2010) + IBVE_2(2010) = 288{,}79\%$ no suman 200 (k.100 = 2.100 = 200), hay que realizar las transformaciones oportunas: $\dfrac{IBVE_1(2010) + IBVE_2(2010)}{2} = 144{,}395\%$, con lo que

$$\begin{cases} IVE_{1,2010} = (63{,}64\,.\,100)/144{,}395 = 44{,}07\% \\ IVE_{2,2010} = (225{,}15\,.\,100)/144{,}395 = 155{,}93\% \end{cases}$$

En consecuencia, el número de viajeros de metro previstos para 2010 será:
$\hat{Y}_{2010} = (T_{1,2010}\,.\,IVE_{1,2010}) + (T_{2,2010}\,.\,IVE_{2,2010}) = 720.000.0{,}4407 + 840.000.1{,}5593 = 1.627.116$

14. Con datos semestrales, ¿cuál será el incremento de la tendencia semestral de las ventas de un comercio?:
(a) b/2
(b) b/4
(c) Ninguna de las anteriores

Solución: La solución correcta es la opción **(a)**. El incremento de un subperíodo al siguiente es b/k
Sea $T_{i,t}$ el valor de la tendencia en el semestre i del año t, (i = 1, 2).
El incremento de la tendencia media anual para las ventas es la pendiente de la recta de regresión: $b = \overline{T}_{\bullet t+1} - \overline{T}_{\bullet t}$. Expresando cada tendencia media anual en función de las semestrales, resulta:

$$b = \overline{T}_{\bullet t+1} - \overline{T}_{\bullet t} = \frac{T_{1,t+1} + T_{2,t+1}}{2} - \frac{T_{1,t} + T_{2,t}}{2}$$

Sea Δ el incremento de dicha tendencia entre dos semestres consecutivos: $\begin{cases} T_{2,t} = T_{1,t} + \Delta \\ T_{1,t+1} = T_{1,t} + 2\,\Delta \\ T_{2,t+1} = T_{1,t} + 3\,\Delta \end{cases}$

con lo que, $b = \overline{T}_{\bullet t+1} - \overline{T}_{\bullet t} = \dfrac{T_{1,t+1} + T_{2,t+1}}{2} - \dfrac{T_{1,t} + T_{2,t}}{2} = \dfrac{T_{1,t} + 2\,\Delta + T_{1,t} + 3\,\Delta}{2} - \dfrac{T_{1,t} + T_{1,t} + \Delta}{2} = 2\,\Delta$

despejando, $\Delta = b/2$

15. En la EPA (Encuesta de Población Activa), el número de mujeres en paro (por miles) en España por trimestre entre 1997 y 2000 fue la siguiente:

Trimestre \ Año	1997	1998	1999	2000
1	1773,8	1706,8	1546,1	1456,8
2	1757	1694	1478,9	1378,7
3	1795,4	1709,2	1495,6	1378,2
4	1773,2	1674,3	1493,5	1345,2

¿Qué esquema de interacción es más apropiado para estudiar la serie temporal?

(a) Esquema aditivo.
(b) Esquema multiplicativo.

Solución: La solución correcta es la opción **(b)**

En el estudio de las series temporales se consideran, en general, tres tipos de esquemas de interacción: aditivo, multiplicativo y mixto.

Para determinar qué esquema de interacción (aditivo, multiplicativo) es más apropiado, se puede considerar el coeficiente de variación de Pearson para los cocientes $(c_i = y_{i,t+1} / y_{i,t})$ y las diferencias $(d_i = y_{i,t+1} - y_{i,t})$, donde i indica el trimestre y t el año, para los valores de los cuatro trimestres y entre los cuatro años.

- Para las diferencias:

Trimestre \Año	1997- 1998	1998 - 1999	1999- 2000
1	-67,0	-160,7	-89,3
2	-63,0	-215,1	-100,2
3	-86,2	-213,6	-117,4
4	-98,9	-180,8	-148,3

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{16}(y_{i,t+1} - y_{i,t})}{16} = -128{,}375$$

$$\sigma_d = 54{,}024$$

El coeficiente de variación de Pearson: $CV = \frac{\sigma_d}{\bar{d}} = \frac{54{,}024}{-128{,}375} = -0{,}421$

- Para los cocientes:

Trimestre\ Año	1997- 1998	1998 - 1999	1999- 2000
1	0,9622	0,9058	0,9422
2	0,9641	0,8730	0,9322
3	0,9520	0,8750	0,9215
4	0,9442	0,8920	0,9007

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^{16}(y_{i,t+1} / y_{i,t})}{16} = 0{,}922$$

$$\sigma_c = 0{,}032$$

El coeficiente de variación de Pearson: $CV = \frac{\sigma_c}{\bar{c}} = \frac{0{,}032}{0{,}922} = 0{,}035$

Como el coeficiente de variación, en términos absolutos, de los cocientes es inferior al de las diferencias, se puede concluir que la serie que la serie se ajusta mejor a un modelo multiplicativo.